CET164

Física I

Prof. Rogério Monteiro

Cinemática vetorial II - Vetores e movimento uniformemente acelerado

Aula A03

Tópicos da aula

- Descrição em termos de coordenadas
- Vetores
- Componentes de um vetor
- Velocidade e aceleração vetoriais
- Movimento uniformemente acelerado

Referências

- Curso de Física Básica. Volume 1: Mecânica. H. Moysés Nussenzveig. Editora Edgard Blucher. 2002.

- Fundamentos de Física. Volume 1: Mecânica. Halliday, Resnick & Walker. 8a edição. Editora LTC. 2009.

Objetivos

Ao final da aula, você deverá ser capaz de:

- Diferenciar grandezas escalares e vetoriais.
- Realizar operações com vetores: soma, subtração, produto escalar e produto vetorial.
- Determinar matematicamente as componentes de um vetor.
- Entender posição, velocidade e aceleração como grandezas vetoriais.

Descrição em termos de coordenadas

Descrição em termos de coordenadas

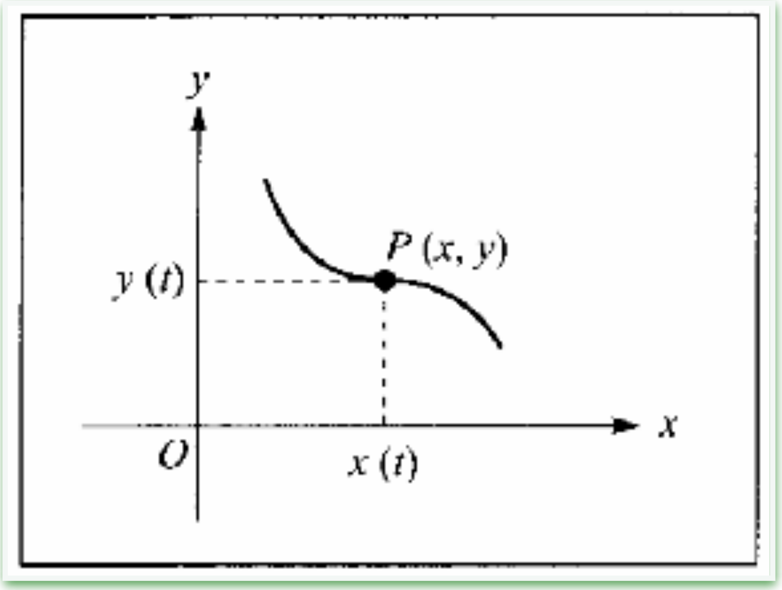
- Vamos aprimorar nossa descrição física do movimento, passando do caso retilíneo à descrição do movimento num plano.

- Nesta descrição, há muitos casos importantes, como o movimento dos projéteis e o movimento dos planetas ao redor do Sol.

Descrição em termos de coordenadas

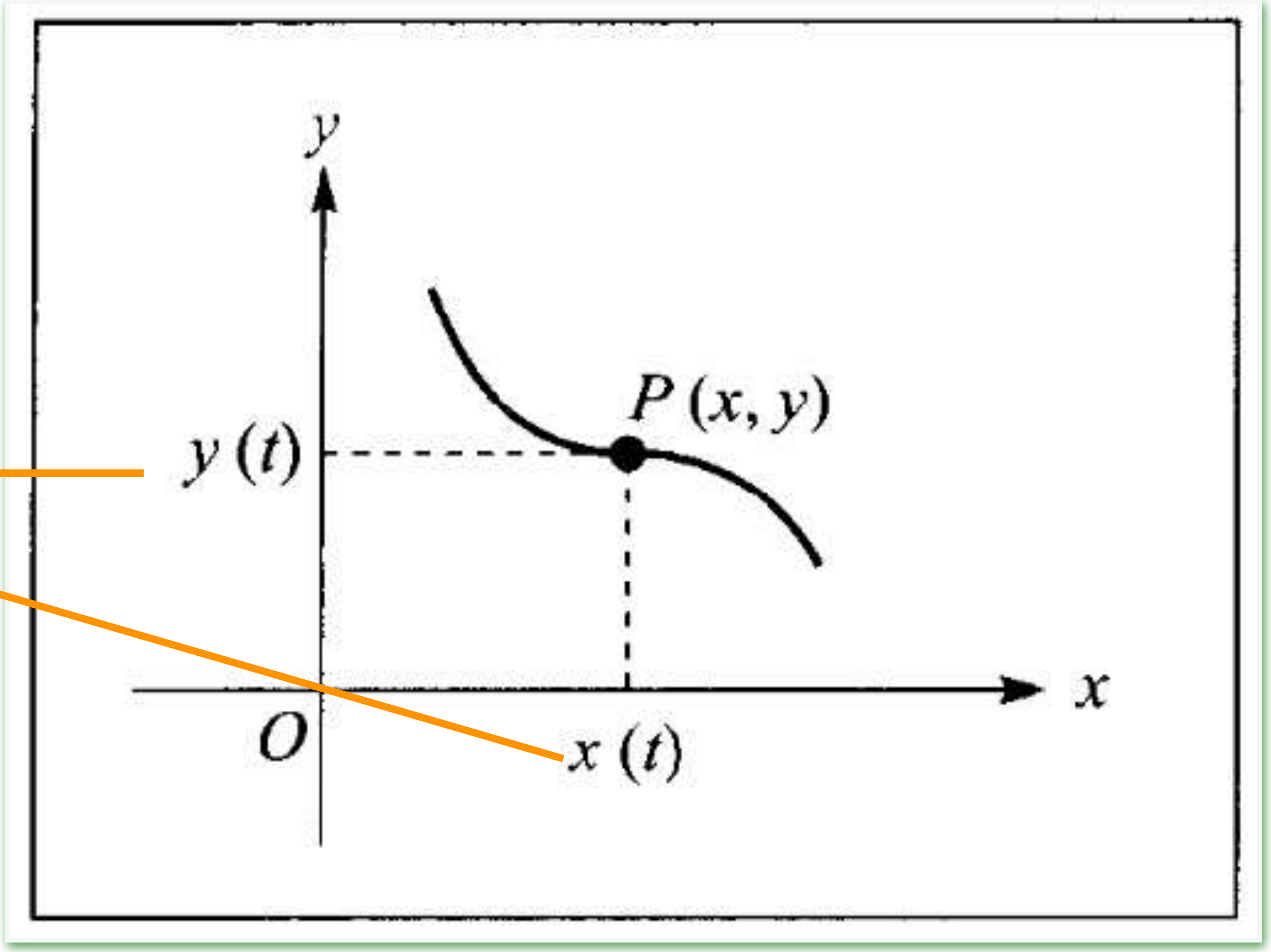
- Para especificar a posição de um ponto no plano, necessitamos de **duas** coordenadas, medidas em relação a um referencial.

- Se adotarmos o sistema cartesiano, por exemplo, a posição de uma partícula em movimento num plano é dada pelo par de funções $x(t)$, $y(t)$.



Descrição em termos de coordenadas

À medida que o ponto P se move, descrevendo a trajetória da partícula no plano,, suas projeções nos eixos Ox e Oy se movem correspondentemente, descrevendo movimentos unidimensionais

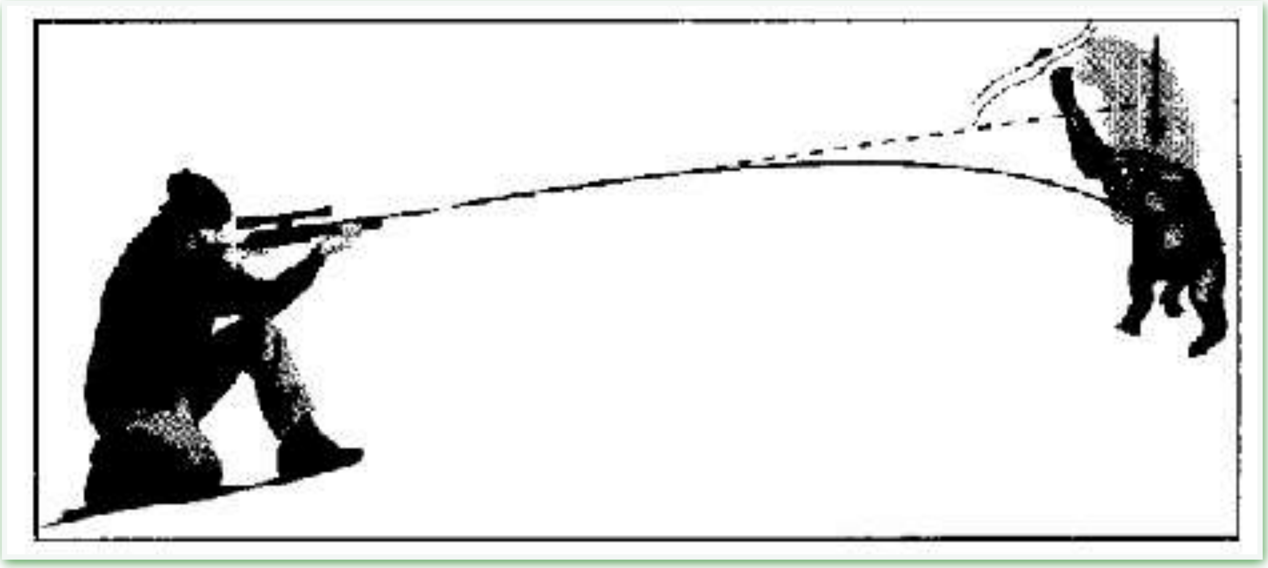


Assim, a descrição de um movimento bidimensional se reduz à descrição de dois movimentos unidimensionais simultâneos.

Descrição em termos de coordenadas

- Em muitos casos, os movimentos ao longo de dois eixos ortogonais são independentes um do outro (mas nem sempre!).

- Este fato permitiu à Galileu Galilei descrever corretamente pela primeira vez o movimento dos projéteis.



Vetores

Vetores

- O sistema de coordenadas escolhido para descrever um movimento tem caráter acessório: o mesmo movimento poder ser descrito com eixos de orientação diferente, ou ainda, noutro sistema de coordenadas (e.g. polares).

- O que veremos a seguir é como fazer uma descrição **<u>intrínseca</u>** do movimento, independente da escolha do sistema de coordenadas.

- Para isso, usaremos o conceito de vetores.

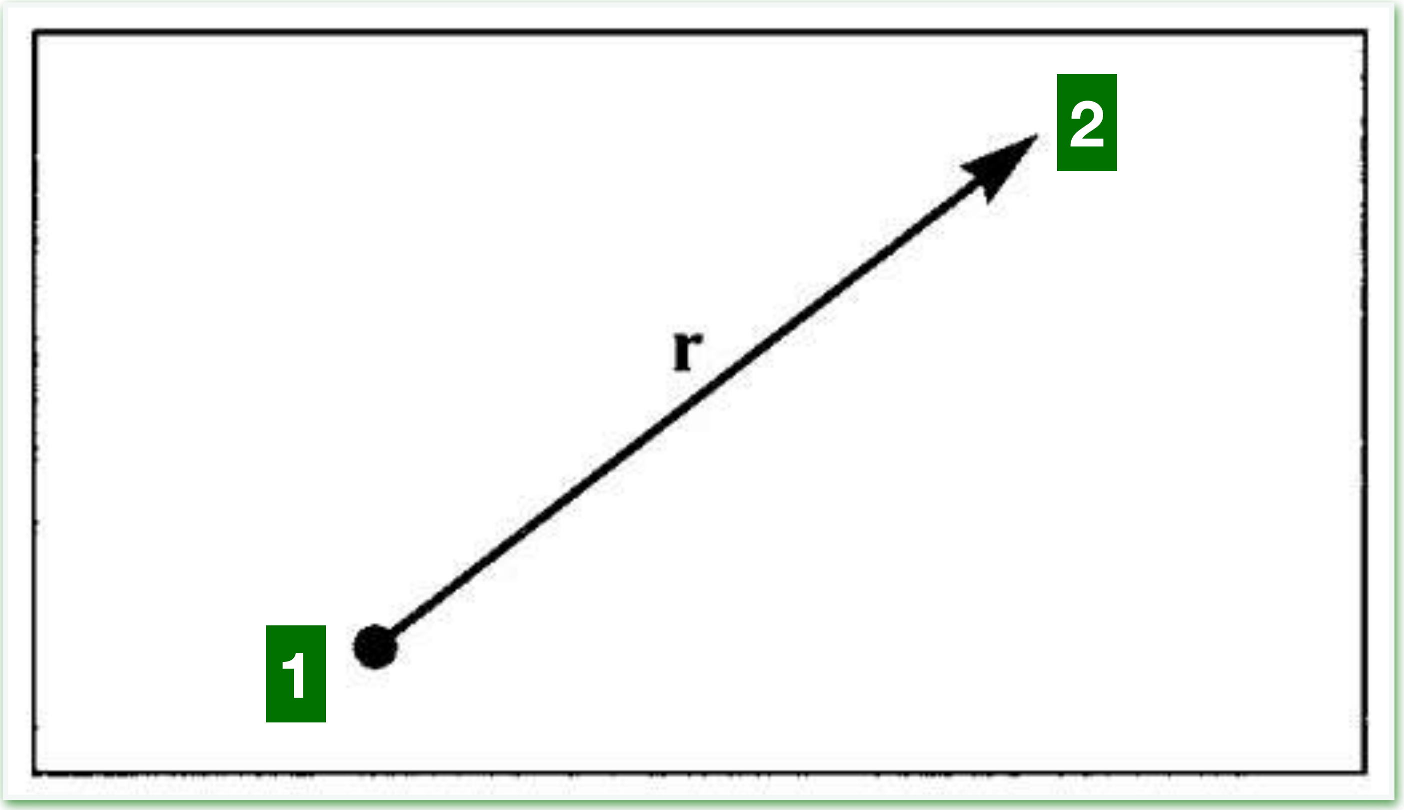
Vetores

- Para caracterizarmos de maneira intrínseca o deslocamento de uma partícula em sua trajetória com relação a uma dada origem, não é suficiente que conheçamos a **magnitude** do deslocamento (ou seja, a distância a origem).

- Também é preciso especificarmos a **direção** e o **sentido** do deslocamento.

Vetores

- Uma representação geométrica do deslocamento pode ser obtida por uma seta.



representação de um vetor

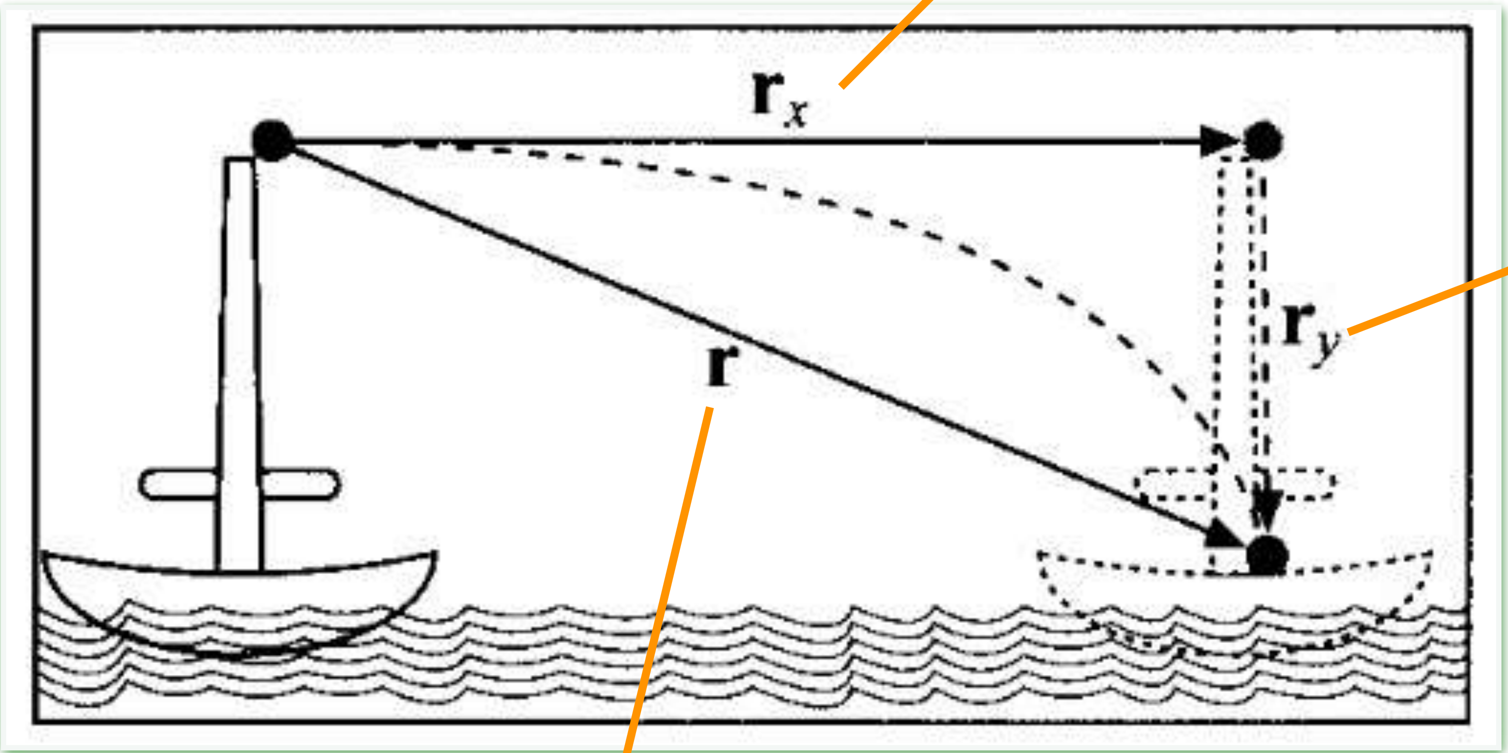
$$\vec{r}$$

$$\boldsymbol{r}$$

Vetores

- Uma propriedade fundamental dos deslocamentos é ilustrada a seguir:

deslocamento na direção horizontal (que é o deslocamento do navio)

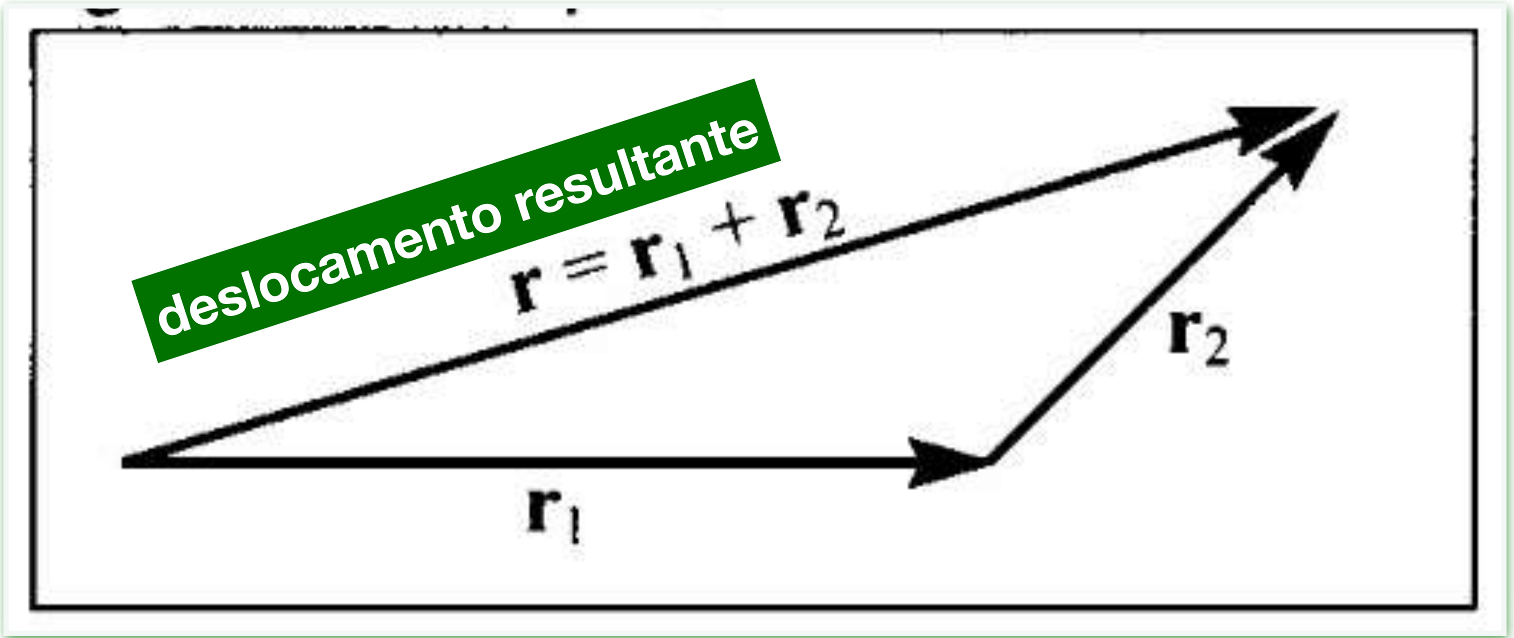


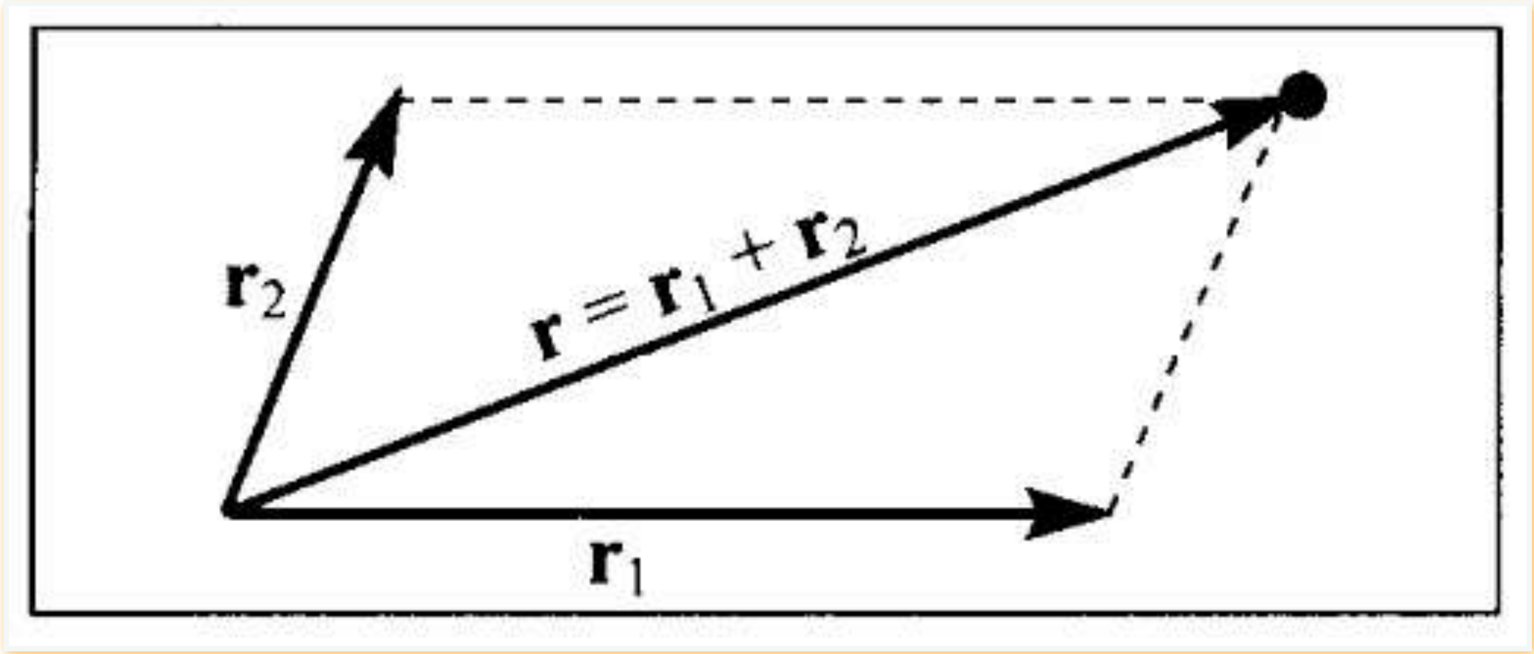
deslocamento na direção vertical (devido à queda livre da pedra)

deslocamento total da pedra

composição do movimento

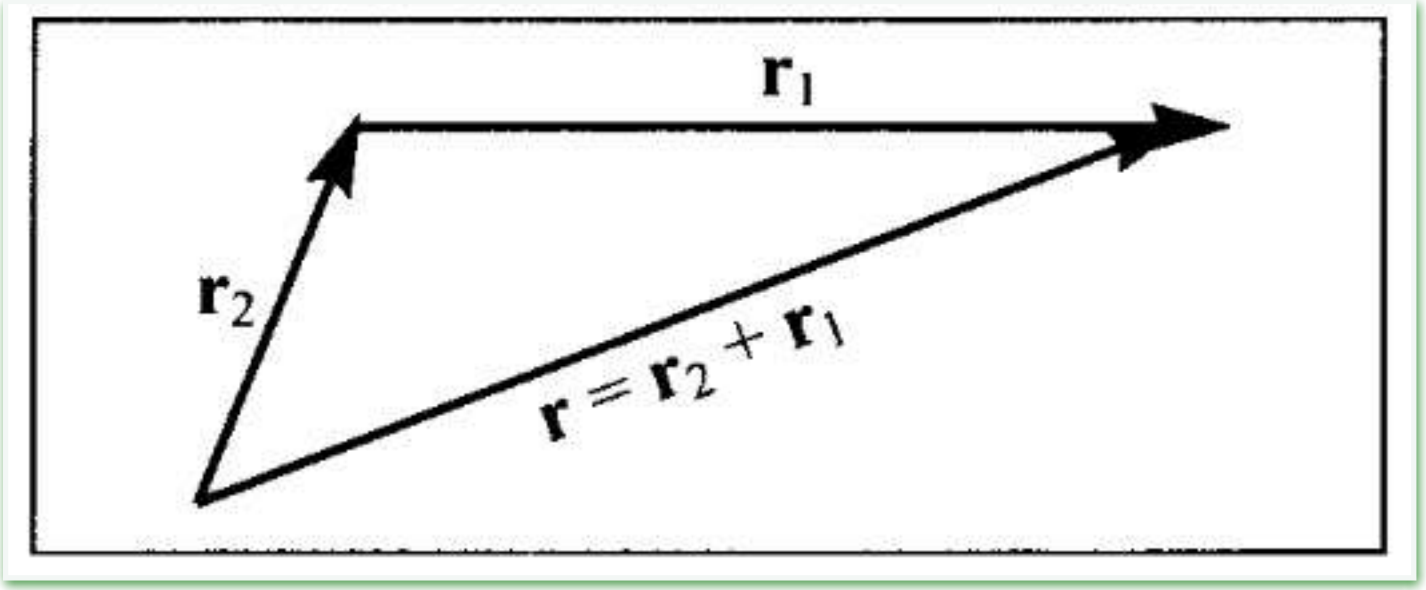
Vetores





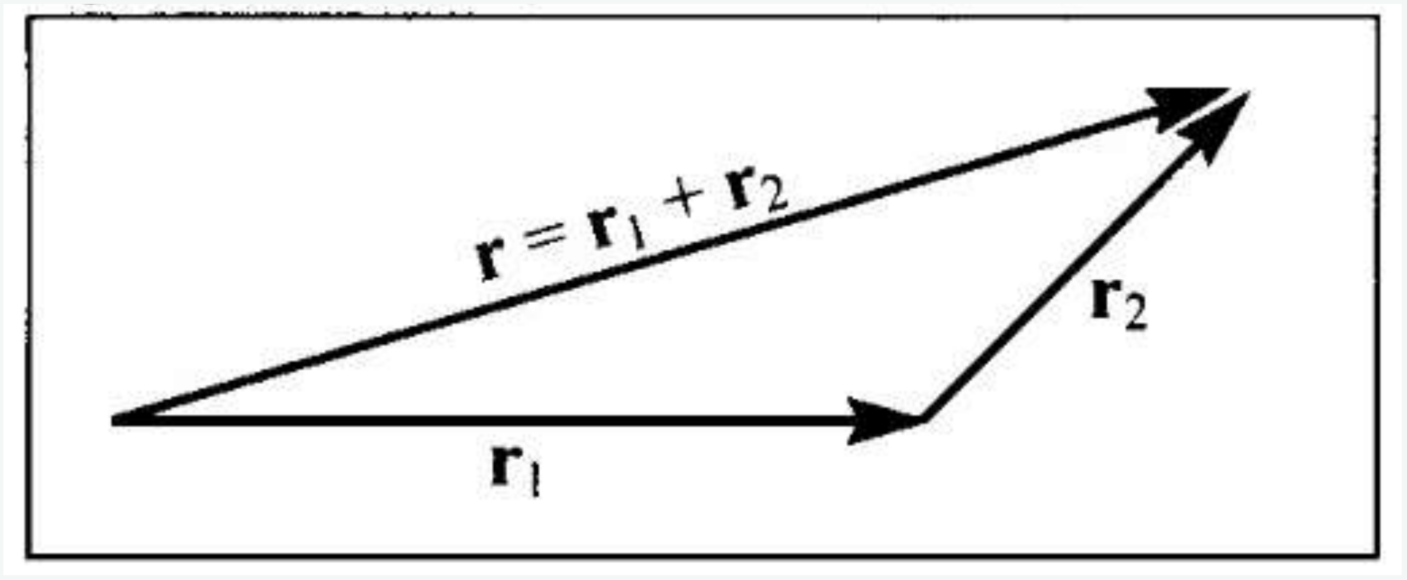
regra do paralelogramo

Vetores

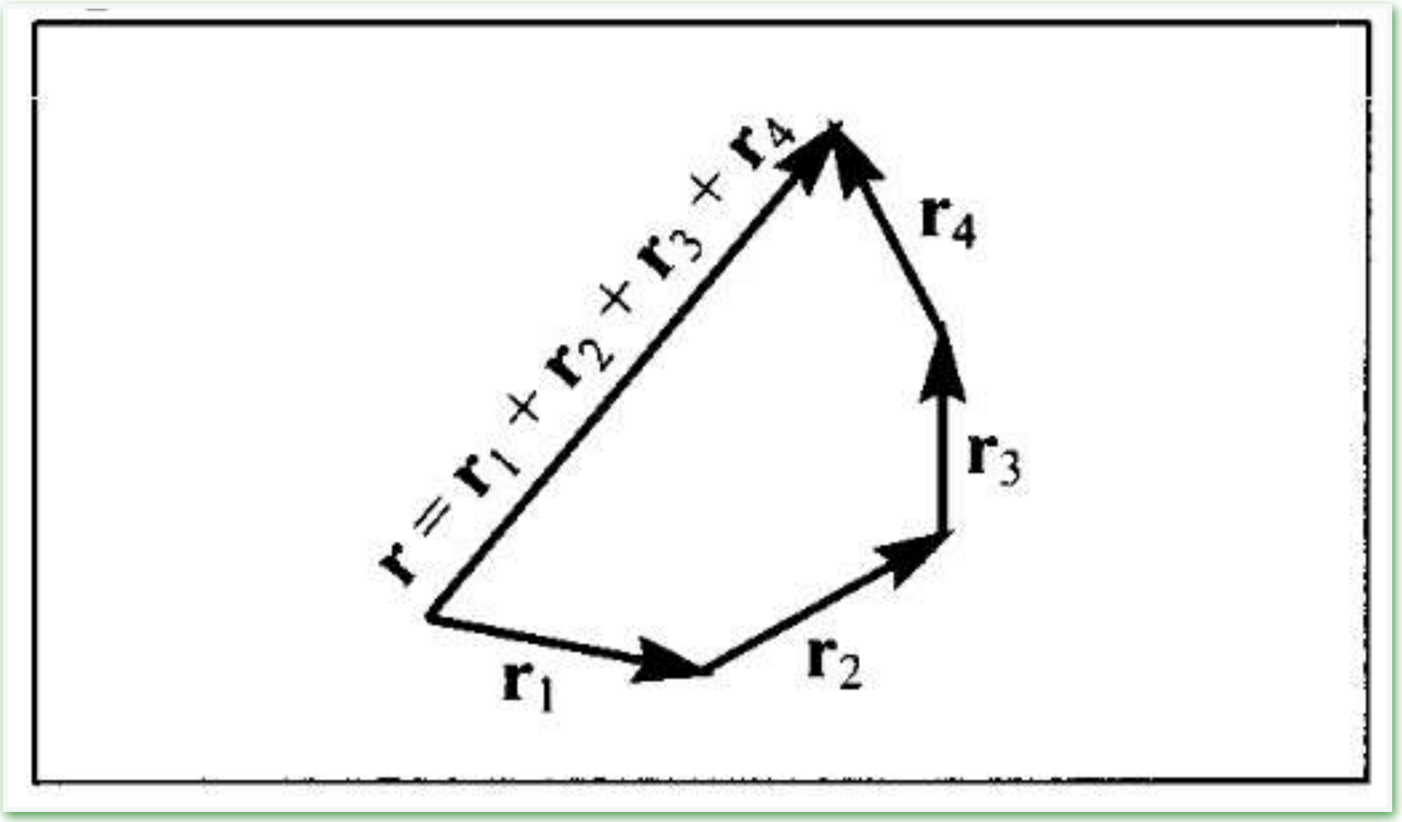


A soma é comutativa

$$\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_1$$



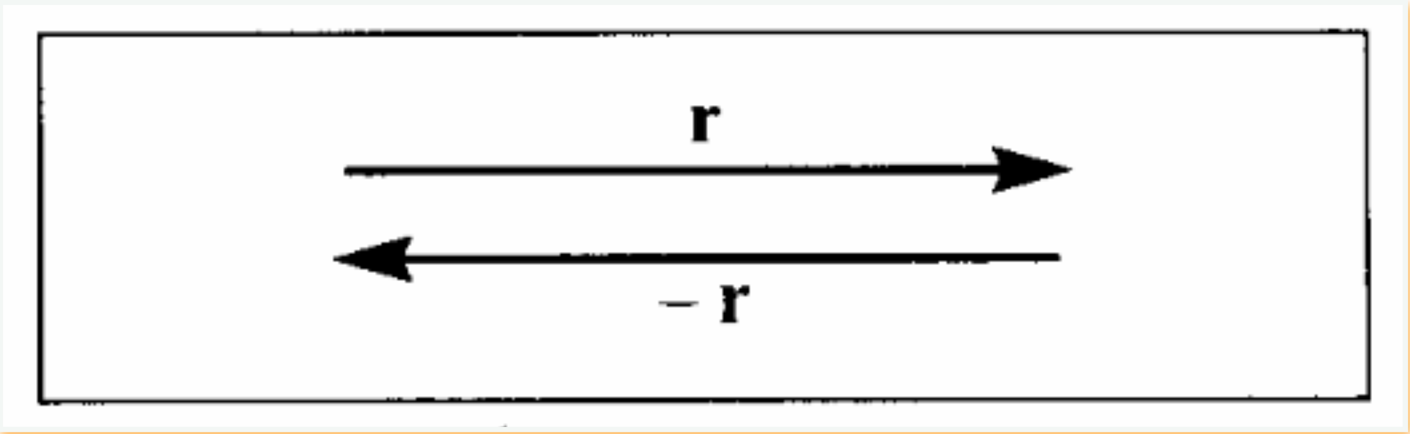
Vetores



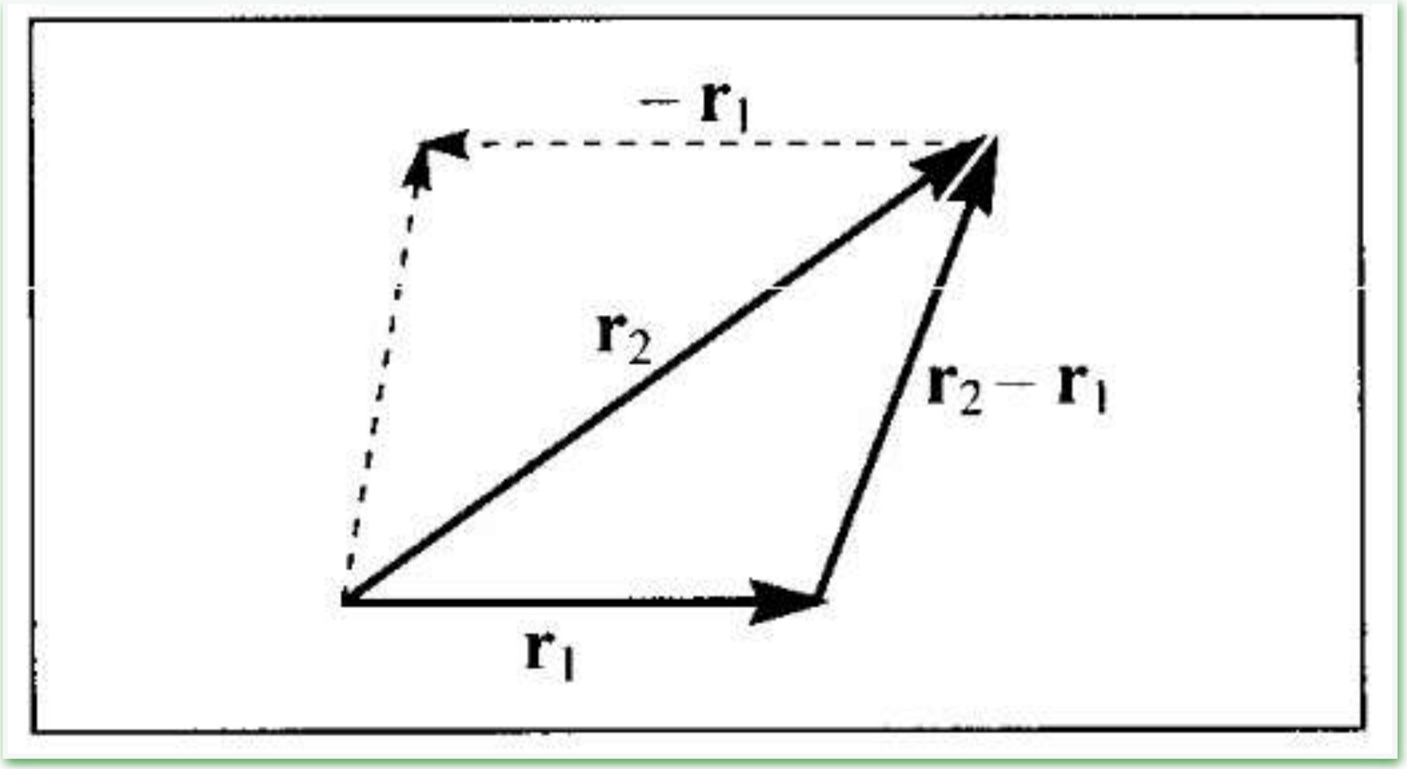
A soma é associativa

$$\mathbf{r}_1 + (\mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3) = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2) + \mathbf{r}_3$$

Vetores



deslocamento oposto



diferença de deslocamentos

Vetores

grandezas escalares

×

grandezas vetoriais

Componentes de um vetor

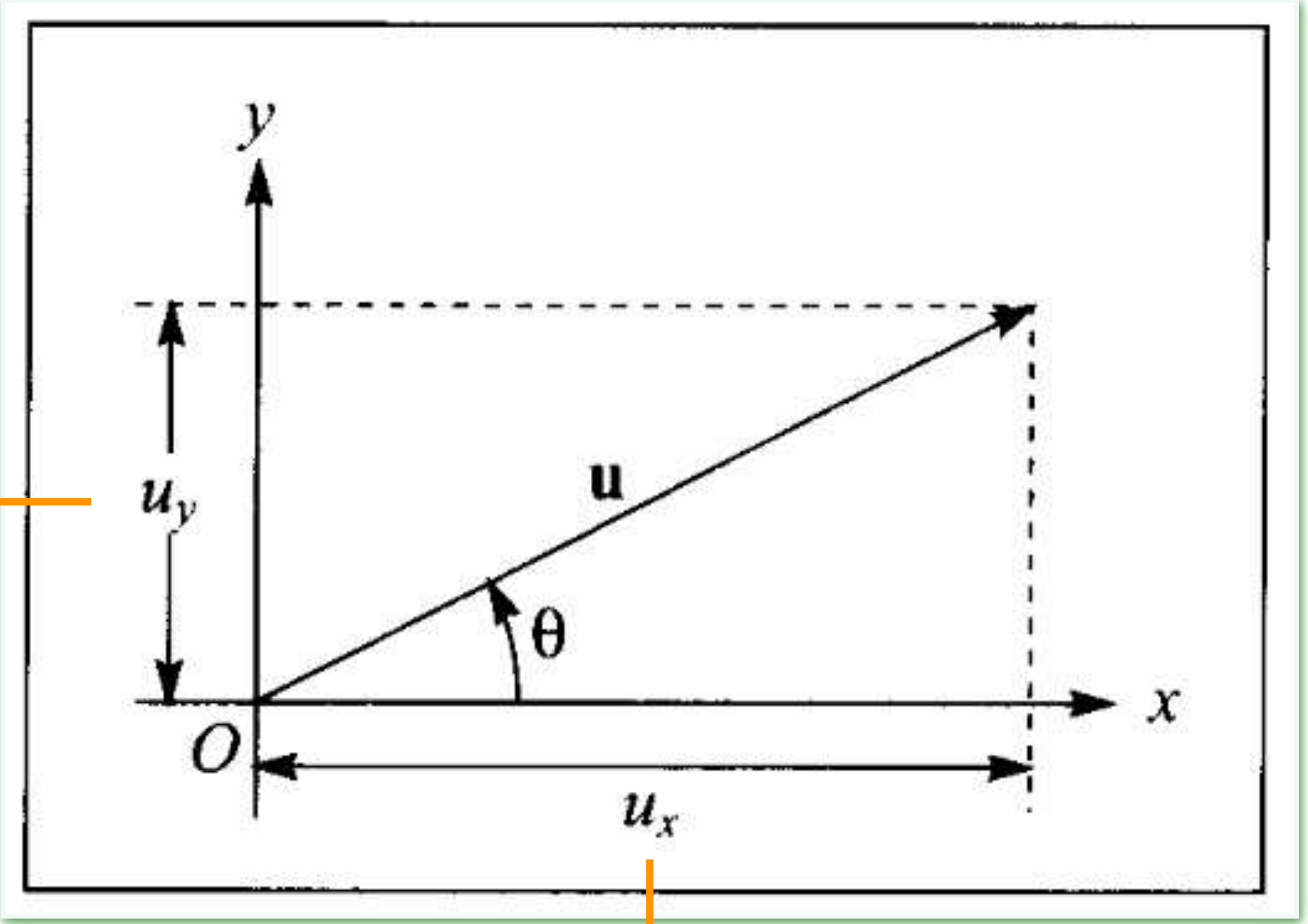
Componentes de um vetor

- Vamos agora relacionar a descrição intrínseca de um deslocamento (usando vetores) com a descrição em termos de coordenadas.

- Para tal, vamos usar as componentes de um vetor em relação a um sistema de coordenadas.

Componentes de um vetor

componente de **u** segundo o eixo Oy



componente de **u** segundo o eixo Ox

$$|\mathbf{u}| = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$$

magnitude (ou módulo) de **u**

Componentes de um vetor

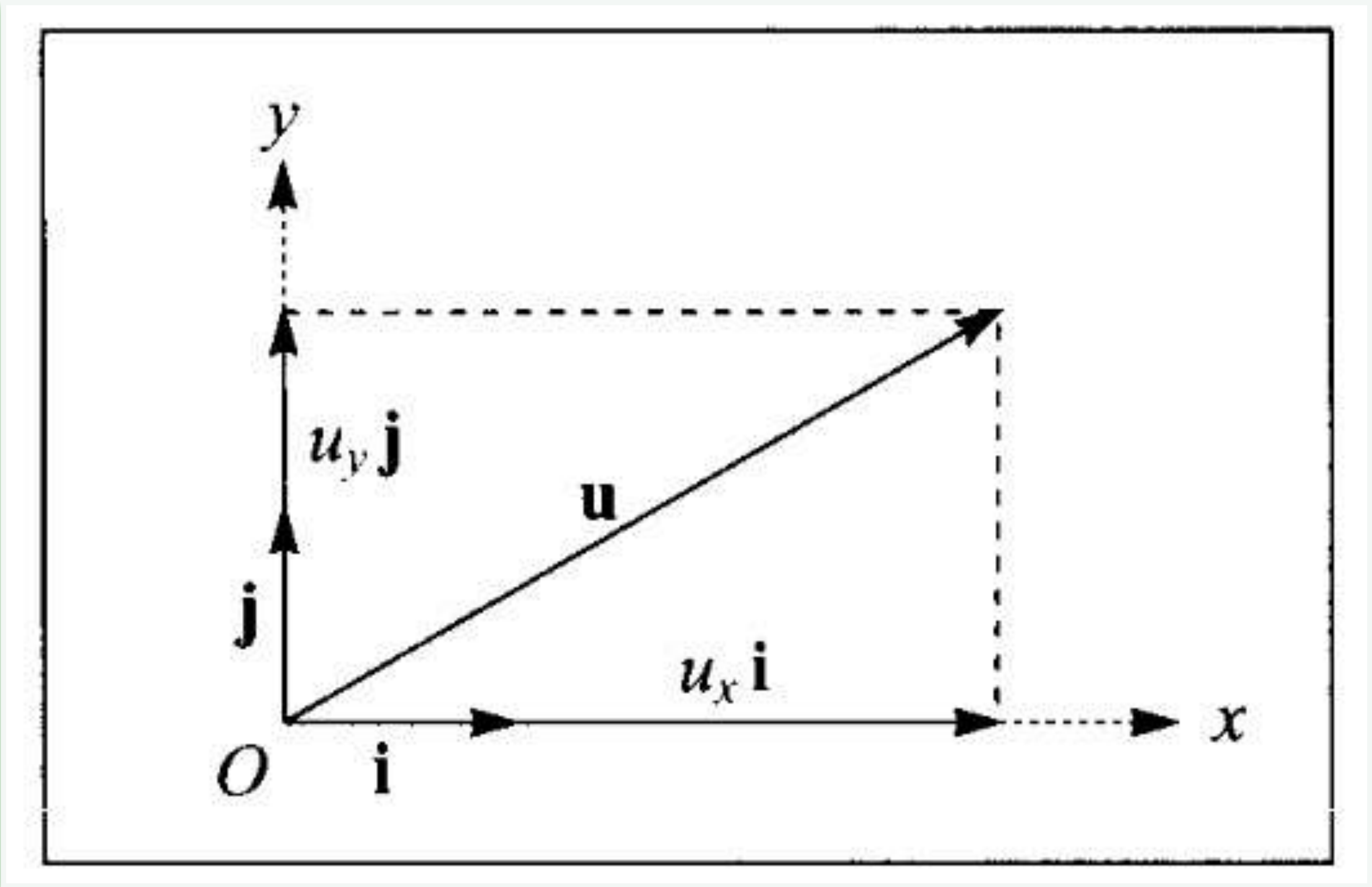
- Um vetor de módulo igual a 1 é chamado de **<u>vetor unitário</u>**.

- Um vetor unitário na direção de **u** se escreve **û** e:

$$\hat{\mathbf{u}} = \mathbf{u} / |\mathbf{u}|$$

Componentes de um vetor

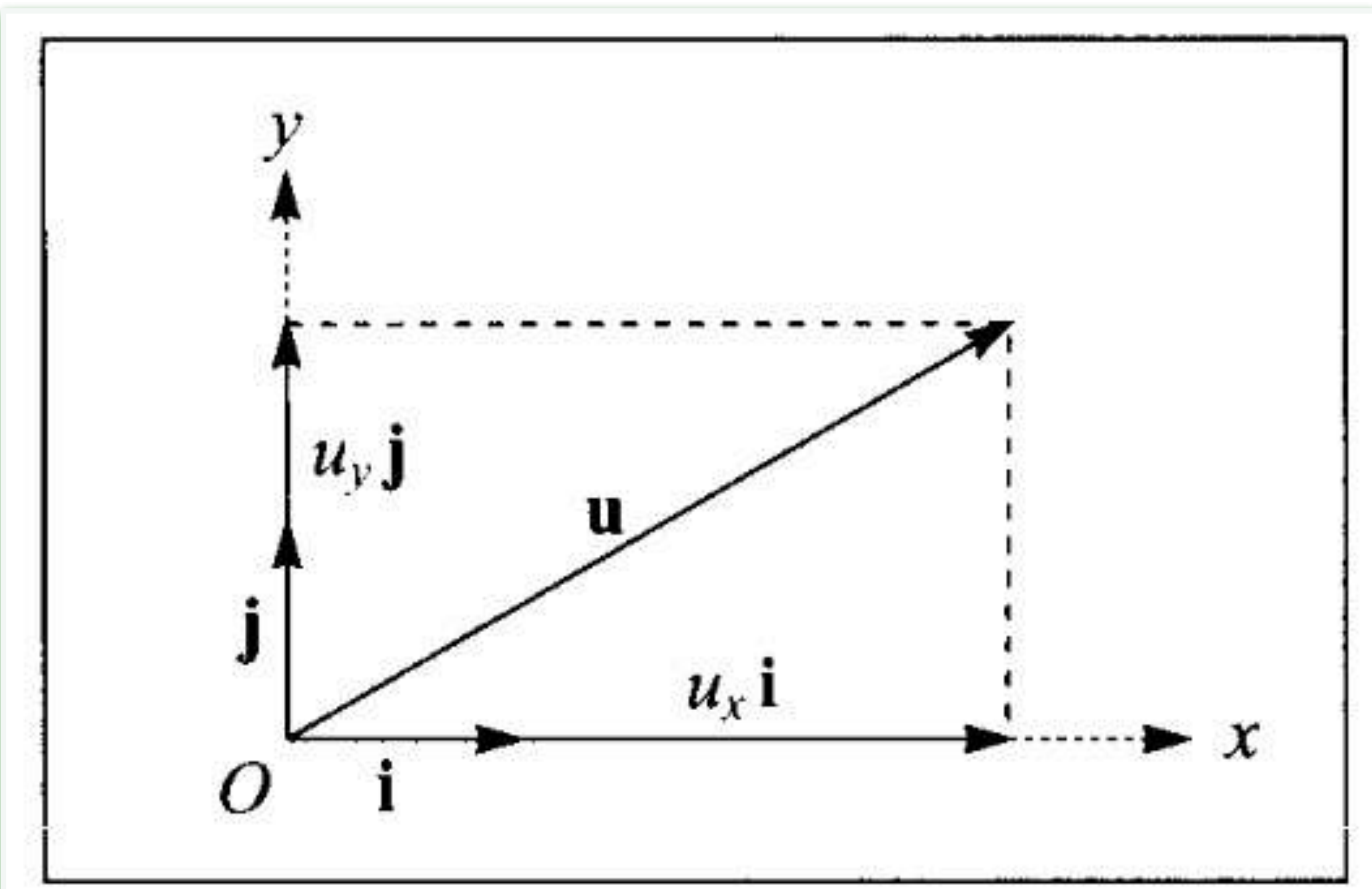
- Os vetores unitários na direção Ox e Oy são designados geralmente por **i** e **j** (ou ainda $\hat{x}$ e $\hat{y}$), respectivamente.



$$\mathbf{u} = u_x\mathbf{i} + u_y\mathbf{j} = u_x\hat{\mathbf{x}} + u_y\hat{\mathbf{y}}$$

Componentes de um vetor

- Os vetores unitários na direção Ox e Oy são designados geralmente por **i** e **j** (ou ainda $\hat{x}$ e $\hat{y}$), respectivamente.

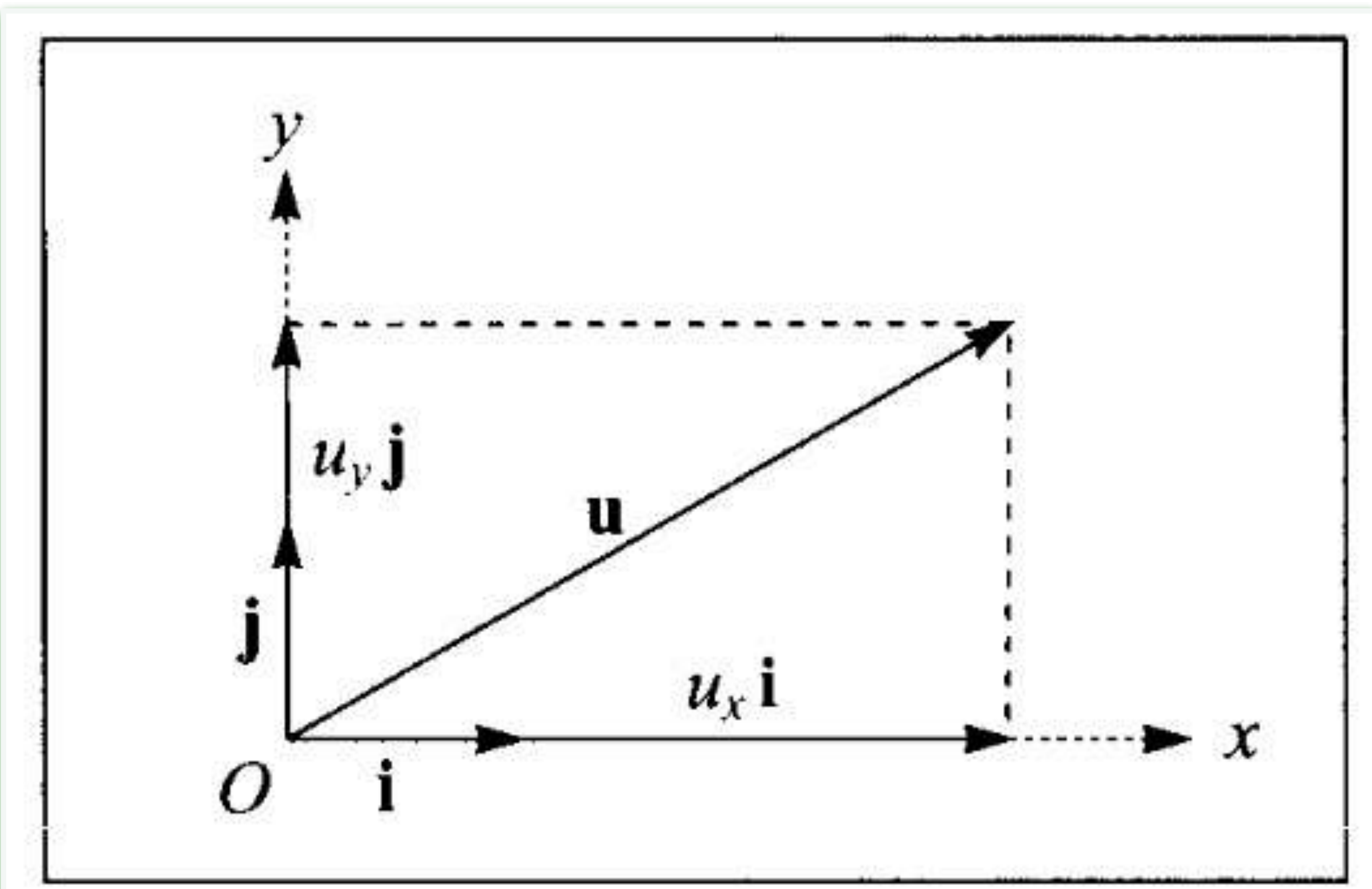


$$\mathbf{u} = u_x\,\mathbf{i} + u_y\,\mathbf{j} = u_x\,\hat{\mathbf{x}} + u_y\,\hat{\mathbf{y}}$$

$$\left.\begin{aligned} u_x &= |\mathbf{u}|\cos\theta \\ u_y &= |\mathbf{u}|\,\mathrm{sen}\,\theta \end{aligned}\right\}$$

Componentes de um vetor

- Os vetores unitários na direção Ox e Oy são designados geralmente por **i** e **j** (ou ainda $\hat{x}$ e $\hat{y}$), respectivamente.



$$\mathbf{u} = u_x\mathbf{i} + u_y\mathbf{j} = u_x\hat{\mathbf{x}} + u_y\hat{\mathbf{y}}$$

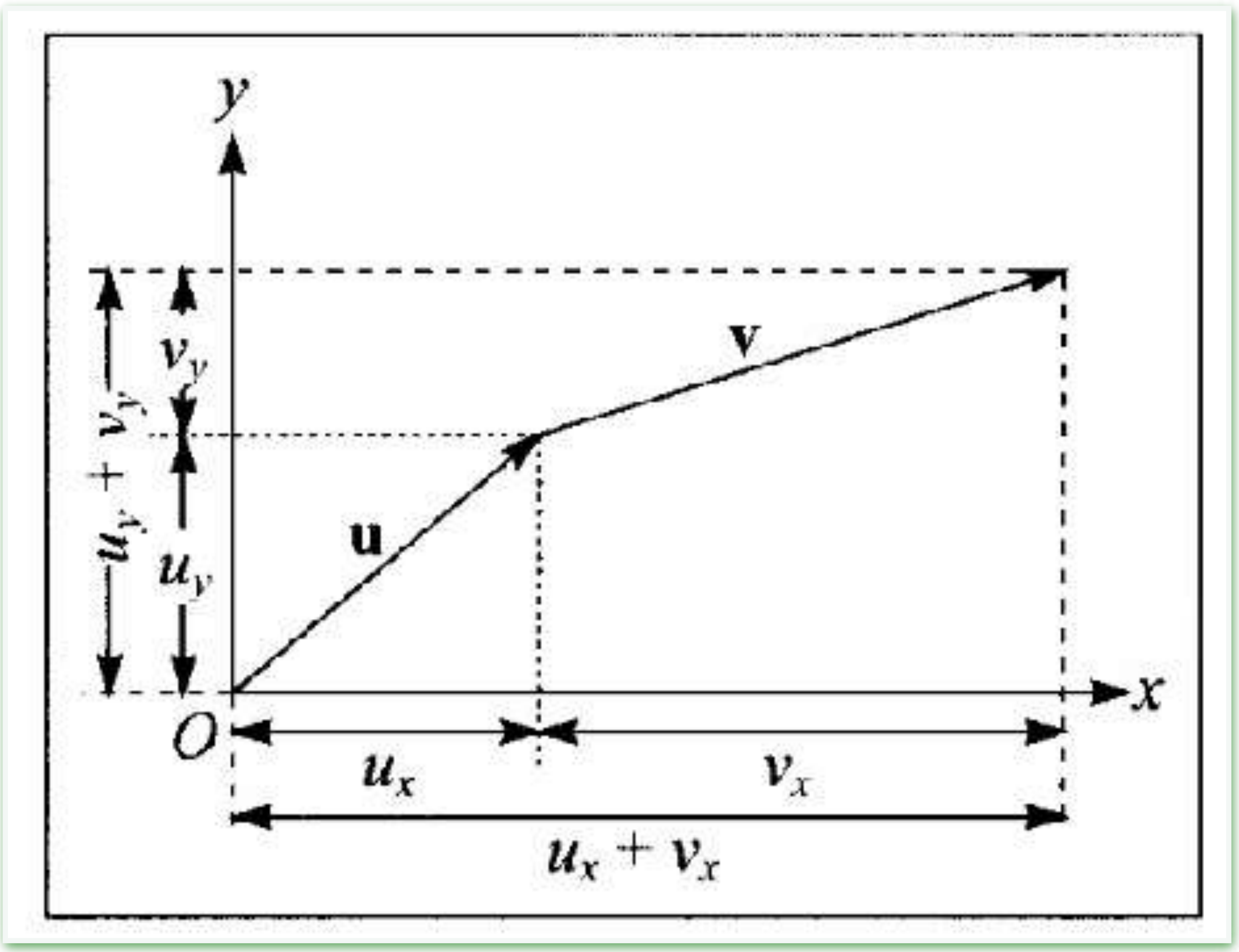
$$\left.\begin{aligned} u_x &= |\mathbf{u}|\cos\theta \\ u_y &= |\mathbf{u}|\,\mathrm{sen}\,\theta \end{aligned}\right\}$$

$$\cos\theta = \frac{u_x}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \qquad \mathrm{tg}\,\theta = \frac{u_y}{u_x}$$

$$\mathrm{sen}\,\theta = \frac{u_y}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}}$$

Componentes de um vetor

- E as componentes da soma?



$$\mathbf{u} + \mathbf{v} = (u_x + v_x)\mathbf{i} + (u_y + v_y)\mathbf{j}$$

Componentes de um vetor

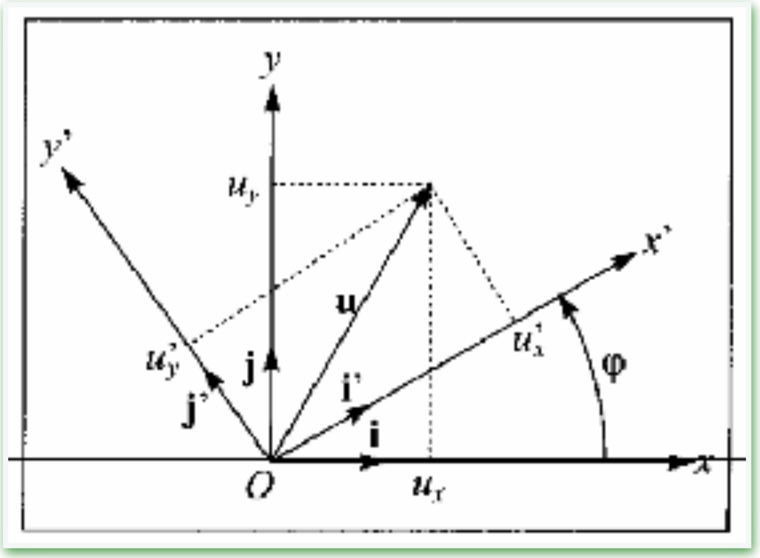
- E as componentes da multiplicação de um vetor por escalar?

$$\lambda \mathbf{v} = \lambda v_x \mathbf{i} + \lambda v_y \mathbf{j}$$

Componentes de um vetor

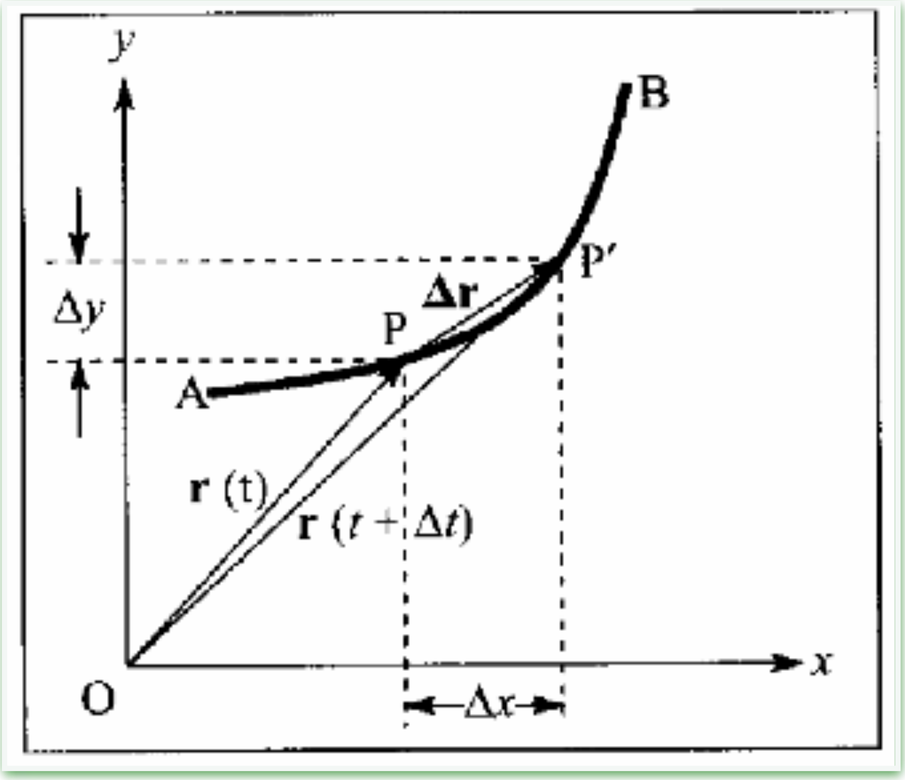
- Um vetor **u** só fica definido quando são dados também os vetores unitários (**i**, **j**) que definem as direções dos eixos do sistema de coordenadas.

- Só assim podemos construir o vetor como entidade intrínseca, ou seja, independente do sistema de coordenadas.



Velocidade e aceleração vetoriais

Velocidade e aceleração vetoriais



$$\mathbf{v}_{t\to t+\Delta t} = \frac{\mathbf{r}(t+\Delta t)-\mathbf{r}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$$

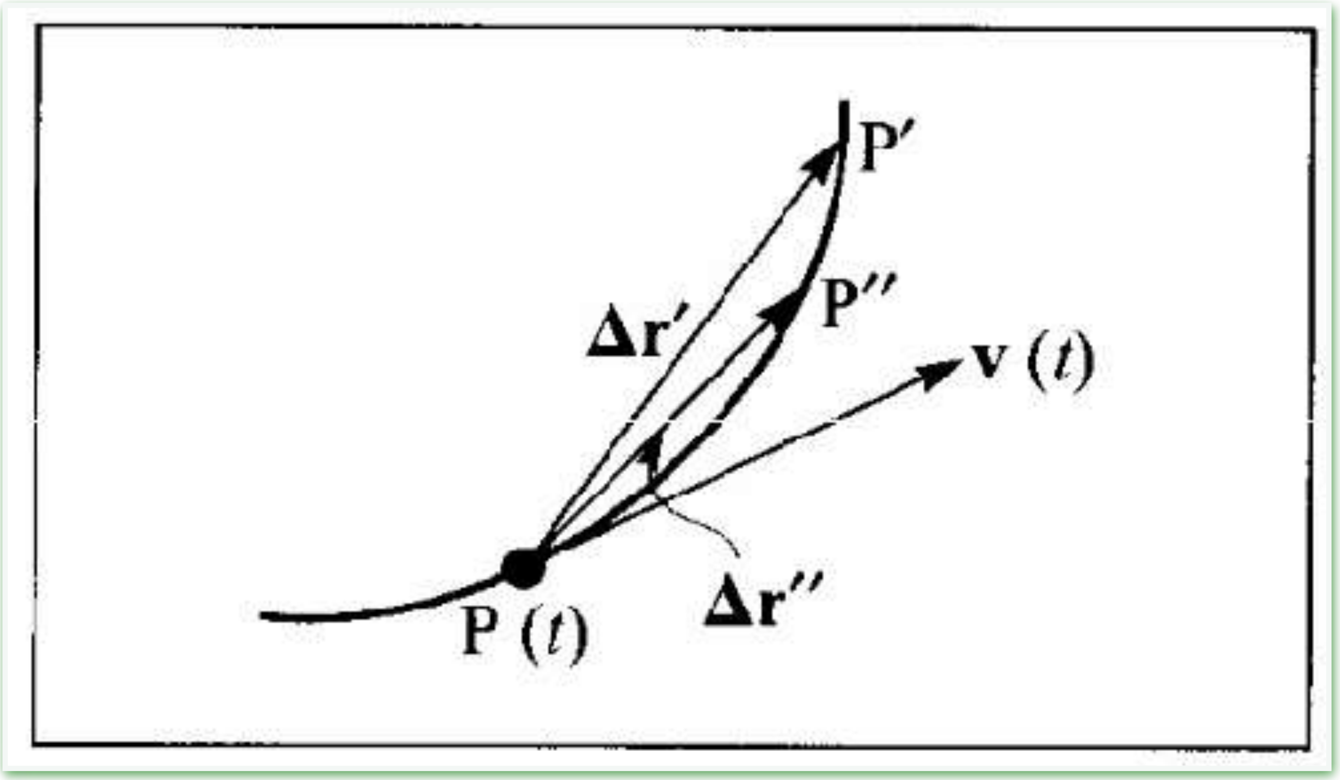
velocidade média

$$\mathbf{v}(t) = \lim_{\Delta t\to 0}\left(\frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}\right) = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j} = v_x(t)\mathbf{i} + v_y(t)\mathbf{j}$$

velocidade instantânea

a derivada de um vetor é um vetor

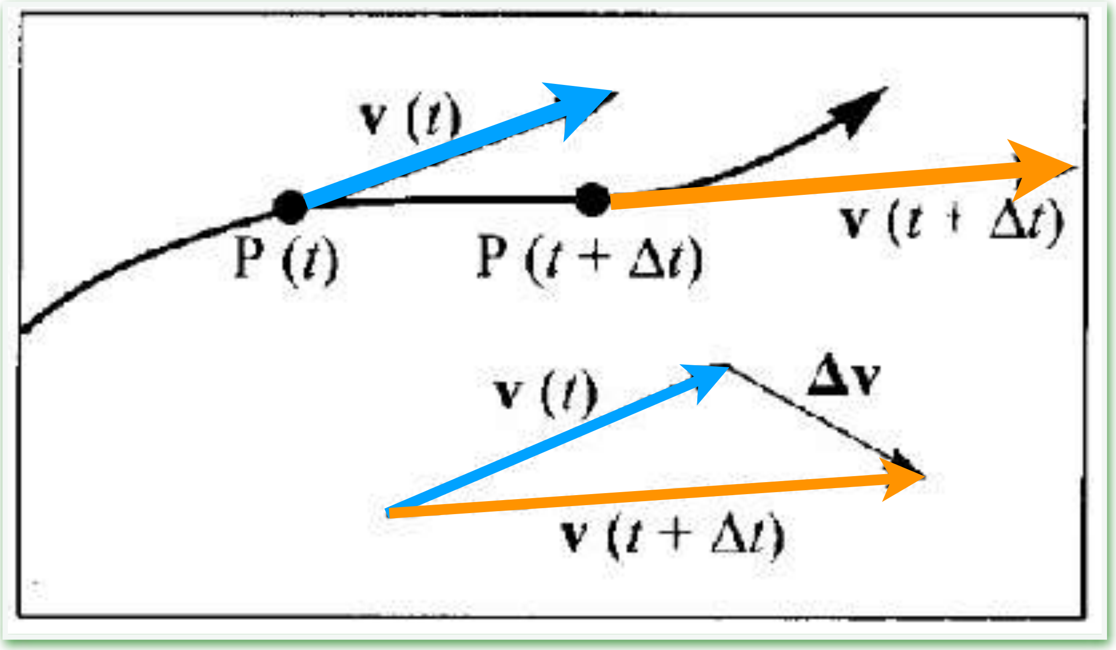
Velocidade e aceleração vetoriais



a direção da velocidade instantânea é a da **tangente** à trajetória no ponto *P(t)*

o sentido da velocidade instantânea é o sentido do percurso da trajetória para *t* crescente

Velocidade e aceleração vetoriais



$$\bar{\mathbf{a}}_{t\to t+\Delta t} = \frac{\mathbf{v}(t+\Delta t)-\mathbf{v}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$$

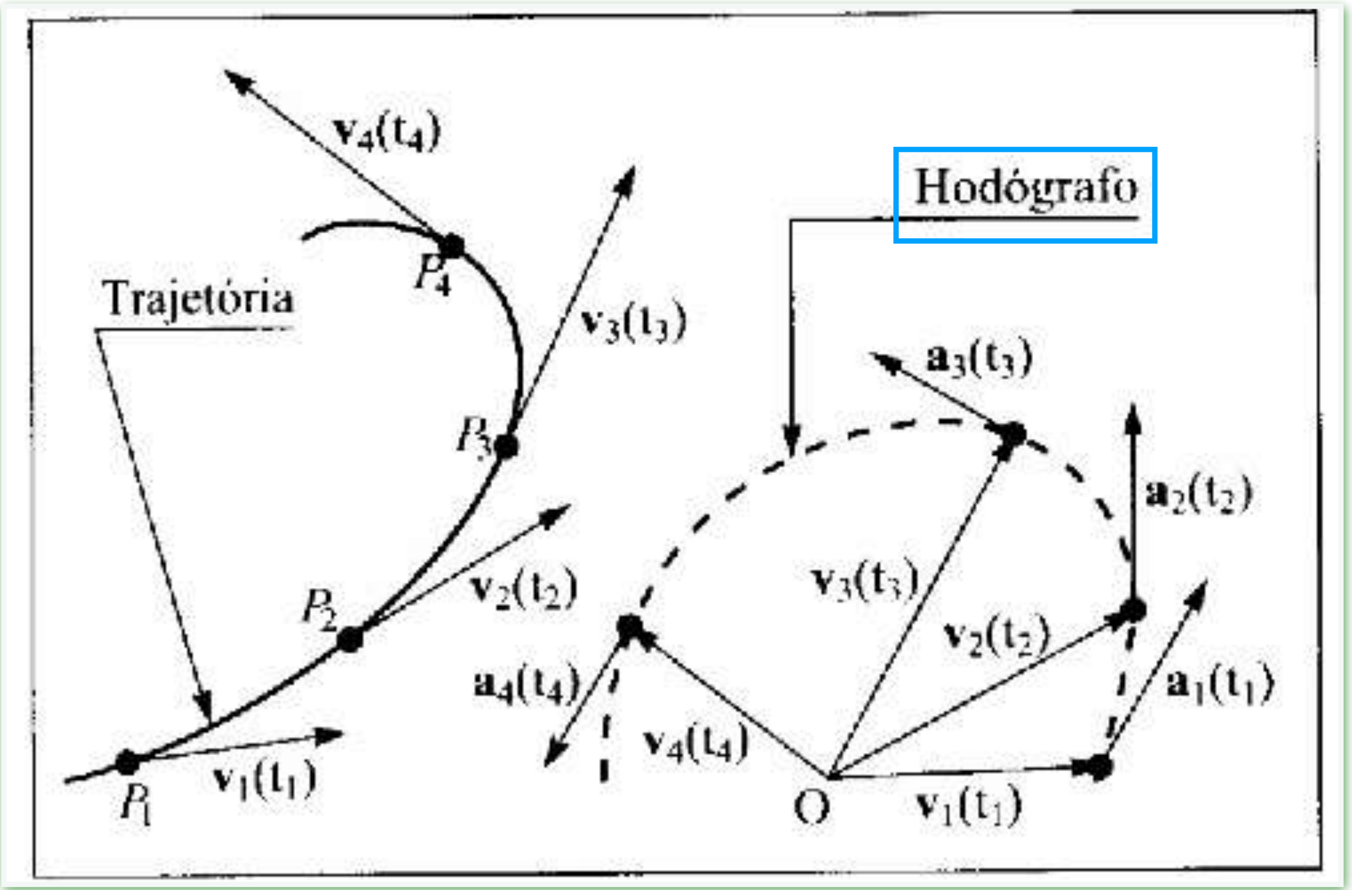
aceleração média

$$\mathbf{a}(t) = \lim_{\Delta t\to 0}\left[\frac{\mathbf{v}(t+\Delta t)-\mathbf{v}(t)}{\Delta t}\right] = \lim_{\Delta t\to 0}\left(\frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}\right) = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

$$\mathbf{a}(t) = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = \frac{d^2x}{dt^2}\mathbf{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\mathbf{j}$$

aceleração instantânea

Velocidade e aceleração vetoriais



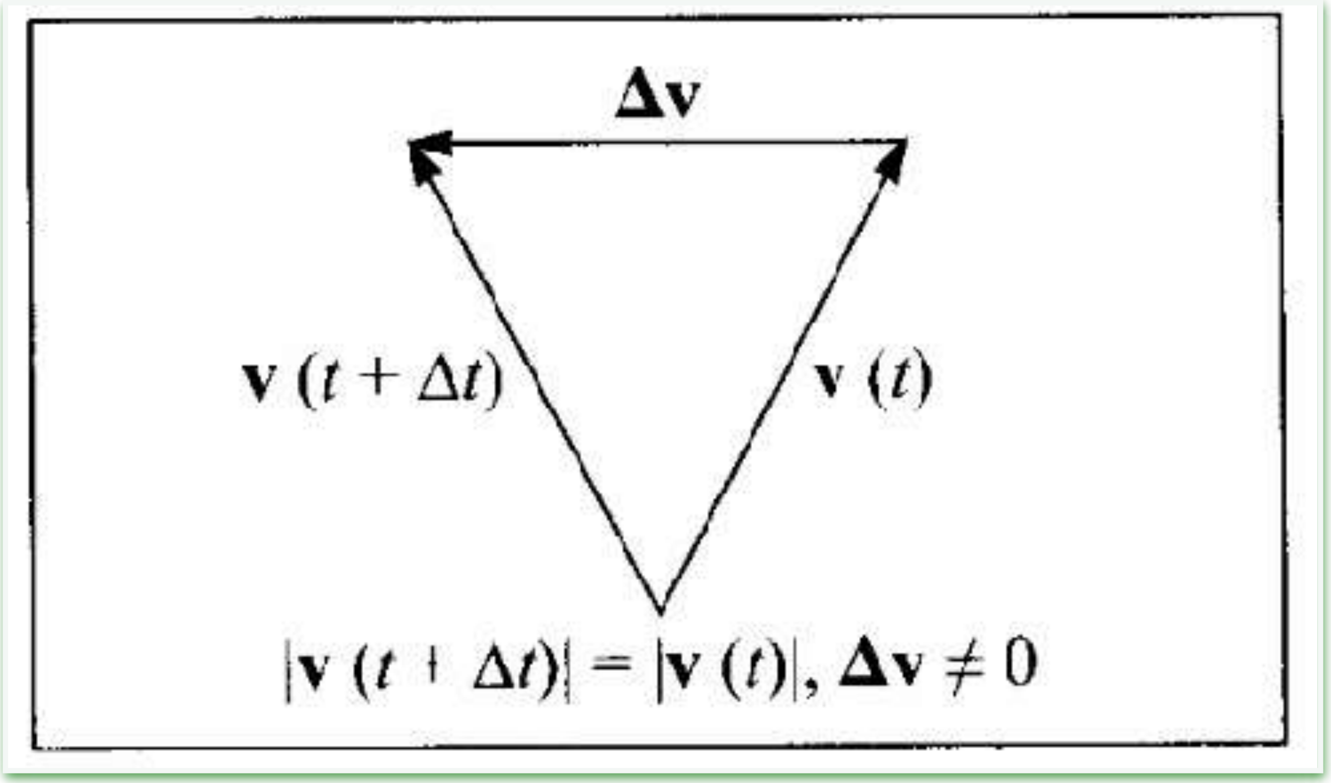
interpretação geométrica do vetor aceleração

em geral, *a(t)* não será tangente à trajetória, mas será tangente ao ponto *v(t)* correspondente no hodógrafo

Velocidade e aceleração vetoriais

importante

a aceleração **<u>não</u>** está associada apenas a uma variação do módulo da velocidade!



Movimento uniformemente acelerado

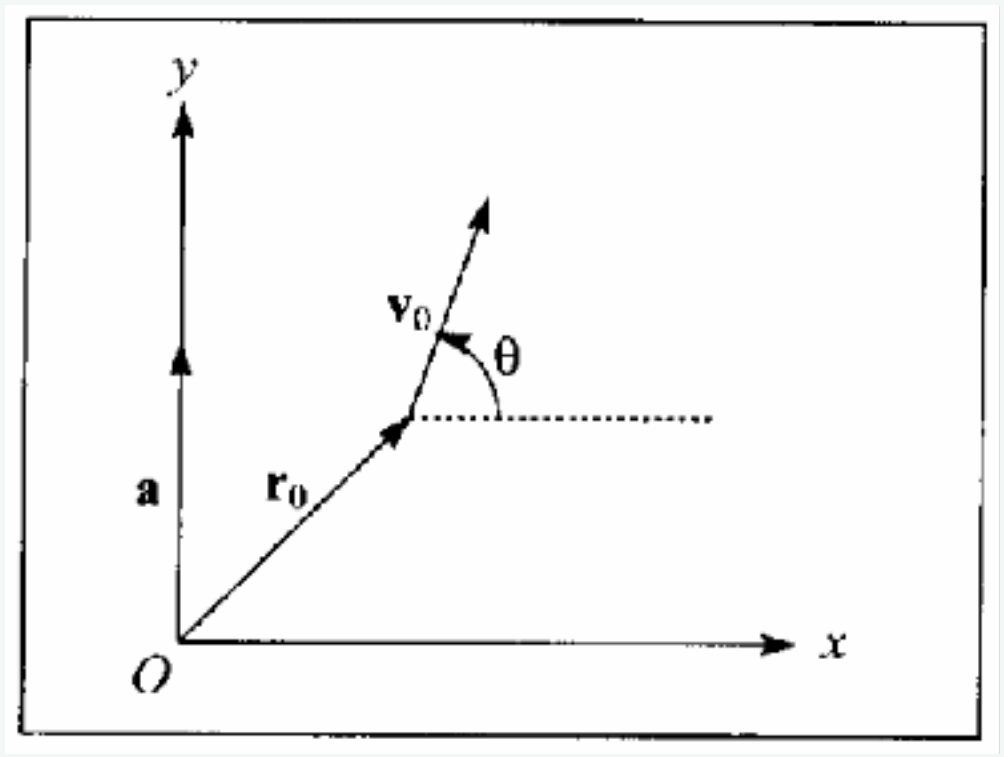
Movimento uniformemente acelerado

- A aceleração é constante, ou seja, independe do tempo.
- Isso significa que seu módulo, direção e sentido são todos constantes.

$$\mathbf{a}(t) = \mathbf{a} = \text{ constante}$$

Movimento uniformemente acelerado

Exemplo:

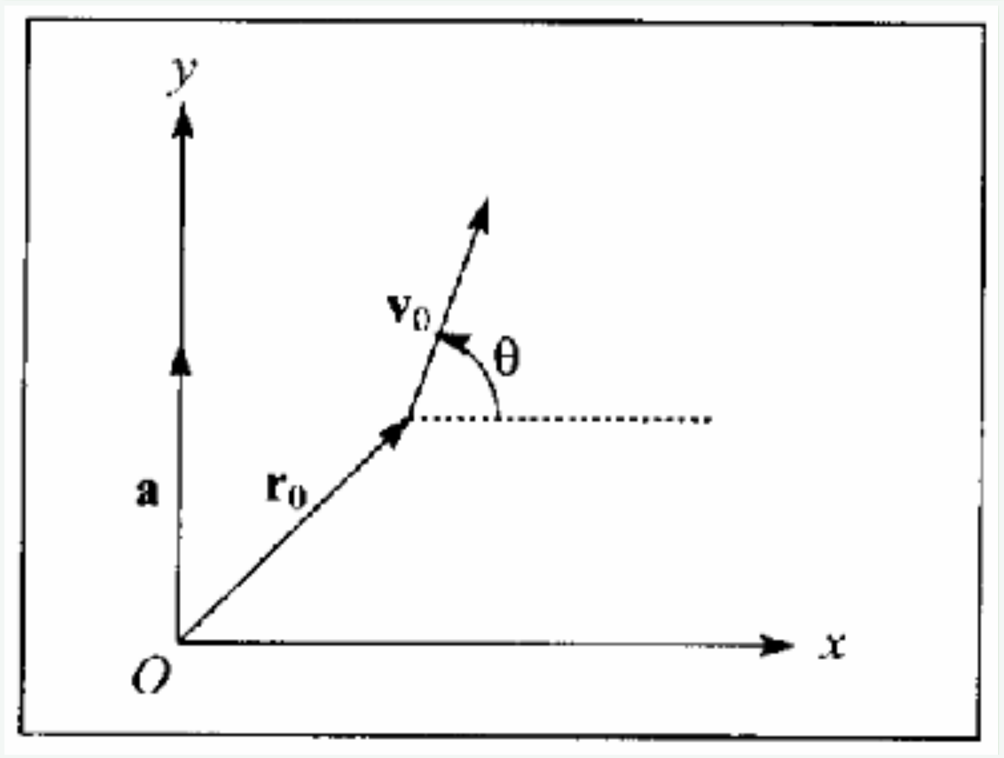


$$\left.\begin{aligned} \mathbf{a} &= a\mathbf{j} \\ \mathbf{v}_0 &= v_{0x}\mathbf{i} + v_{0y}\mathbf{j} \\ \mathbf{r}_0 &= x_0\mathbf{i} + y_0\mathbf{j} \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{lll} a_y = a = \text{constante}; & v_y(t_0) = v_{0y}; & y(t_0) = y_0 \\ a_x = 0; & v_x(t_0) = v_{0x}; & x(t_0) = x_0 \end{array}\right\}$$

projeções do movimento sobre os eixos *x* e *y*

Movimento uniformemente acelerado



$$\left.\begin{aligned} v_y(t) &= v_{0y} + a(t-t_0) \\ v_x(t) &= v_{0x} \end{aligned}\right\}$$

velocidade

$$\left.\begin{aligned} y(t) &= y_0 + v_{0y}(t-t_0) + \frac{1}{2}a(t-t_0)^2 \\ x(t) &= x_0 + v_{0x}(t-t_0) \end{aligned}\right\}$$

posição

reescrevendo na forma vetorial

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a}(t-t_0)$$

velocidade

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_0(t-t_0) + \frac{1}{2}\mathbf{a}(t-t_0)^2$$

posição

Sumário

- Descrição em termos de coordenadas
- Vetores
- Componentes de um vetor
- Velocidade e aceleração vetoriais
- Movimento uniformemente acelerado