CET164

Física I

Prof. Rogério Monteiro

Trabalho e energia II

Aula A07

Tópicos da aula

- Trabalho de uma força constante numa direção qualquer.
- Trabalho de uma força no caso geral.
- Forças conservativas.
- Força e gradiente da energia potencial.
- Potência.

Referências

- Curso de Física Básica. Volume 1: Mecânica. H. Moysés Nussenzveig. Editora Edgard Blucher. 2002.
- Fundamentos de Física. Volume 1: Mecânica. Halliday, Resnick & Walker. 8a edição. Editora LTC. 2009.
- Física para cientista e engenheiros. Volume 1: Mecânica, Oscilações e Ondas, Termodinâmica. Paul A. Tipler & Gene Mosca. 6a edição. Editora LTC. 2009.

Objetivos

Ao final da aula, você deverá ser capaz de:

- Estender o que aprendemos na aula A06 para uma direção qualquer.
- Resolver problemas de cinemática a partir da lei de conservação da energia mecânica.

Trabalho de uma força constante numa direção qualquer

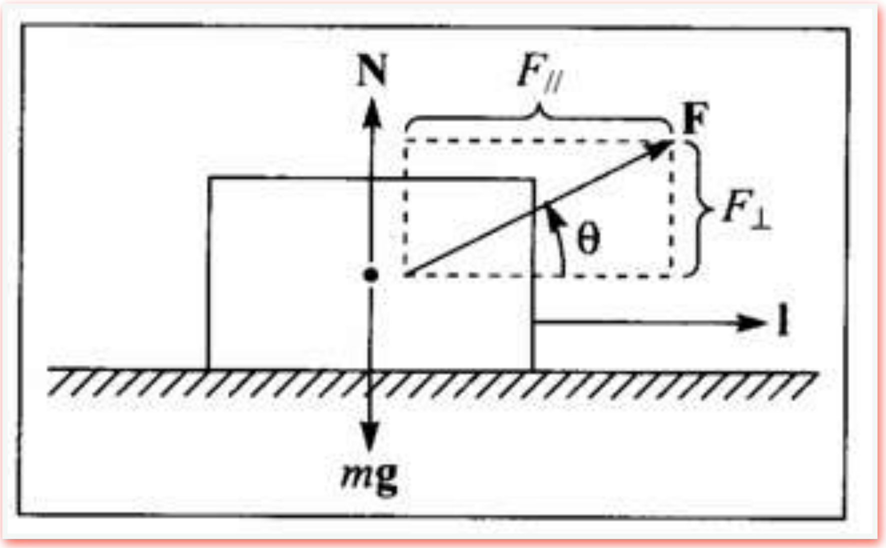
Trabalho de uma força constante numa direção qualquer

- Na aula anterior, consideramos quase que exclusivamente trabalho e energia num movimento unidimensional.

- Agora estenderemos os resultados ao movimento em duas ou três dimensões.

- Vamos começar ampliando o conceito de trabalho para situações que <u>a direção da força não coincide com a direção do deslocamento da partícula.</u>

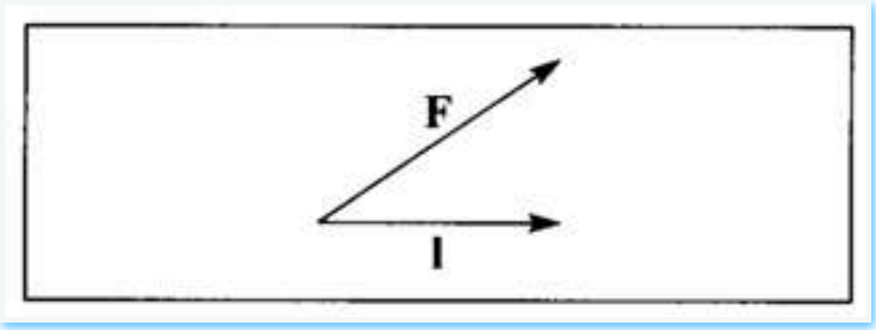
Trabalho de uma força constante numa direção qualquer



$$v_1^2 - v_0^2 = 2al = \frac{2}{m} F\cos\theta\, l$$

$$W = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = T_a - T_0 = F\cos\theta \cdot l$$

- Este resultado pode ser generalizado (deixo a demonstração, que pode ser encontrada na bibliografia da aula como tarefa aos interessados).



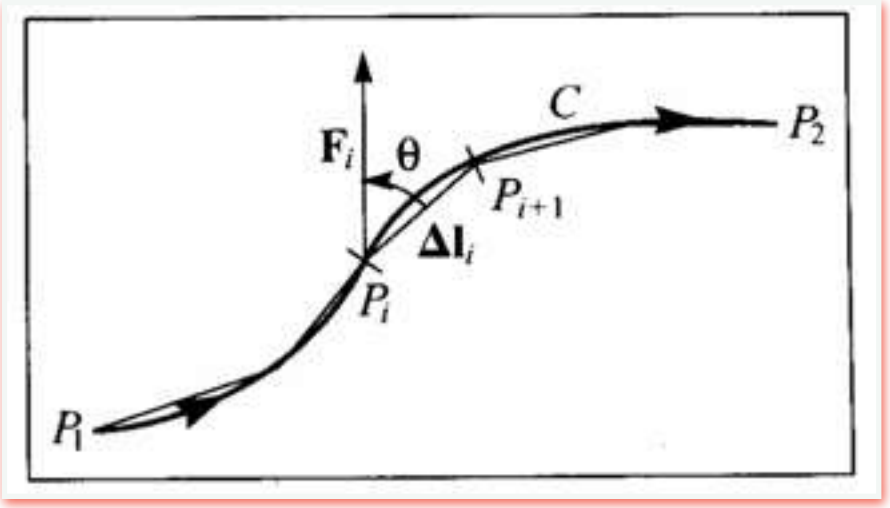
$$W = \vec{F} \,.\, \vec{l}$$

o trabalho realizado por uma força **F** constante sobre uma partícula que sobre um deslocamento **l** é o produto escala de **F** por **l**

Trabalho de uma força no caso geral

Trabalho de uma força no caso geral

- Consideremos agora uma partícula que se move de um ponto P_1 a outro P_2, sobre um arco de curva C qualquer, orientado de P_1 para P_2, sob a ação de uma força **F** variável.



$$W^{(c)}_{P_1\to P_2} = \lim_{|\Delta\mathbf{l}_i|\to 0} \sum_i \mathbf{F}_i \cdot \Delta\mathbf{l}_i = \underset{(C)}{\int_{P_1}^{P_2}} \mathbf{F}\cdot d\mathbf{l}$$

o trabalho corresponde à integral de linha de **F. dl** de P_1 até P_2 ao longo da curva C

$$\mathbf{dl} = dx\mathbf{i} + dy\mathbf{j} + dz\mathbf{k}$$

$$\mathbf{F}\cdot\mathbf{dl} = F_x dx + F_y dy + F_z dz$$

$$\underset{(C)}{\int_{P_1}^{P_2}} \mathbf{F}\cdot d\mathbf{l} = \underset{(C)}{\int_{P_1}^{P_2}} F_x\, dx + \underset{(C)}{\int_{P_1}^{P_2}} F_y\, dy + \underset{(C)}{\int_{P_1}^{P_2}} F_z\, dz$$

Trabalho de uma força no caso geral

- E sobre a relação entre trabalho e energia cinética?
- No caso unidimensional:

$$W_{x_0 \to x_1} = \int_{x_0}^{x_1} F(x)dx = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = T_1 - T_0 = \Delta T$$

- Vamos agora generalizar.

$$F_x dx = ma_x dx = m\frac{dv_x}{dt} \cdot \underbrace{\frac{dx}{dt}}_{v_x} dt = mv_x \frac{dv_x}{dt} dt = mv_x dv_x$$

$$\int_{P_1\,(C)}^{P_2} F_x\, dx = m \int_{P_1\,(C)}^{P_2} v_x\, dv_x = \frac{1}{2}mv_{2x}^2 - \frac{1}{2}mv_{1x}^2$$

$$\int_{P_1\,(C)}^{P_2} \mathbf{F} \cdot \mathbf{dl} = \frac{1}{2}m\underbrace{(v_{2x}^2 + v_{2y}^2 + v_{2z}^2)}_{\mathbf{v}_2^2} - \frac{1}{2}m\underbrace{(v_{1x}^2 + v_{1y}^2 + v_{1z}^2)}_{\mathbf{v}_1^2}$$

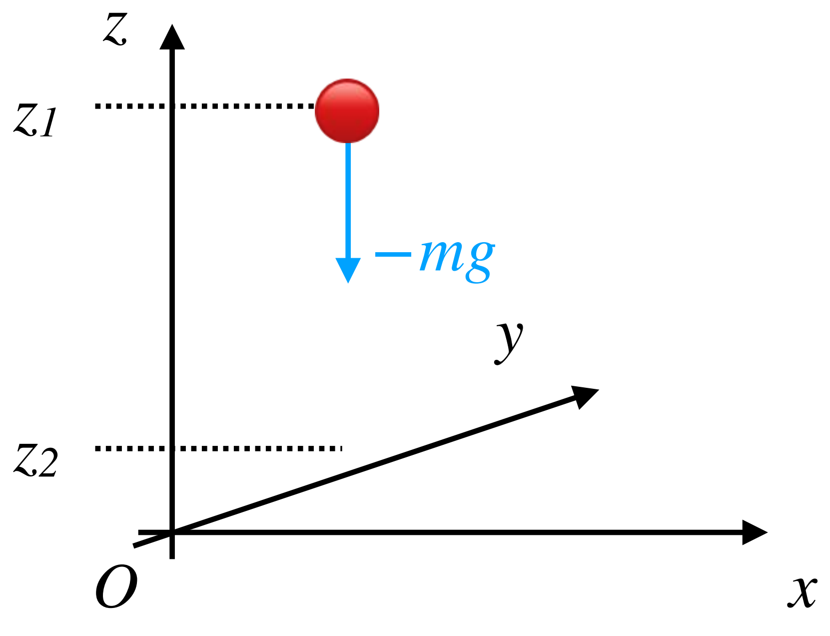
$$W_{P_1 \to P_2}^{(C)} = \int_{P_1\,(C)}^{P_2} \mathbf{F} \cdot \mathbf{dl} = \frac{1}{2}m\mathbf{v}_2^2 - \frac{1}{2}m\mathbf{v}_1^2 = T_2 - T_1 = \Delta T$$

o trabalho realizado sobre uma partícula é igual à variação da energia cinética da partícula entre as posições inicial e final

Forças conservativas

Forças conservativas

- Vamos considerar agora uma partícula de massa *m* em movimento na vizinhança da superfícies terrestre (ex: um corpo em queda livre).



$$F_x = F_y = 0; \quad F_z = -mg$$

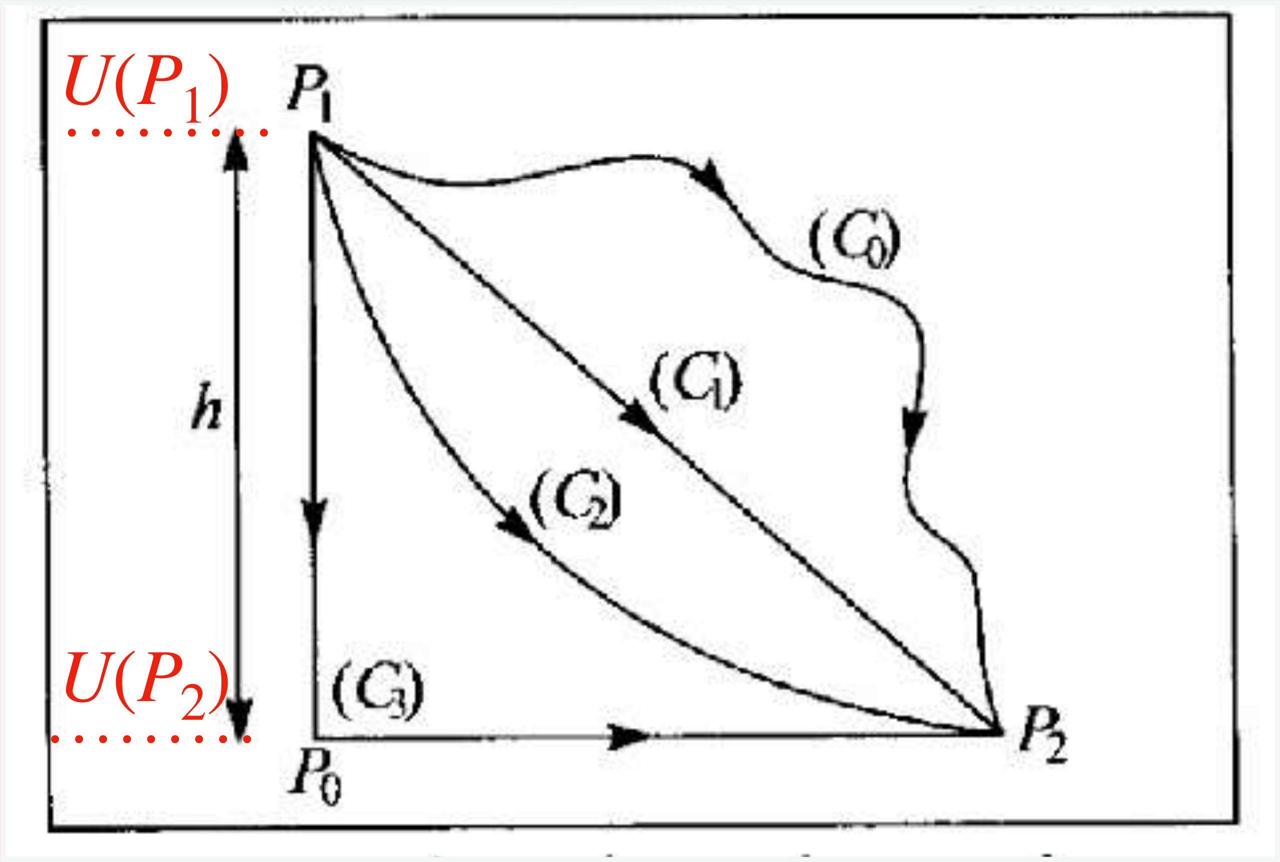
$$\int_{P_1\,(C)}^{P_2} \mathbf{F}\cdot d\mathbf{l} = -mg\int_{z_1}^{z_2} dz = -mg(z_2 - z_1)$$

$$W_{P_1 \to P_2}^{(C)} = \int_{P_1\,(C)}^{P_2} \mathbf{F}\cdot d\mathbf{l} = -[U(P_2) - U(P_1)] = -(U_2 - U_1) = -\Delta U$$

$$\boxed{U(P) = U(x,y,z) = mgz = U(z)}$$

o trabalho não depende do caminho, apenas dos extremos

Forças conservativas



Uma força **F** é **conservativa** quando o trabalho por ela realizado entre os dois pontos é independente caminho. O trabalho só dependerá dos extremos e representa a diferença de energia potencial entre eles.

Forças conservativas

- Conservação da energia mecânica total:

$$W^{(C)}_{P_1 \to P_2} = \int_{\substack{P_1 \\ (C)}}^{P_2} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = \frac{1}{2} m \mathbf{v}_2^2 - \frac{1}{2} m \mathbf{v}_1^2 = T_2 - T_1 = \Delta T$$

$$W^{(C)}_{P_1 \to P_2} = \int_{\substack{P_1 \\ (C)}}^{P_2} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = -[U(P_2) - U(P_1)] = -(U_2 - U_1) = -\Delta U$$

$$\Delta E = \Delta T + \Delta U = 0$$

Forças conservativas

- A energia potencial é definida a menos de uma constante aditiva arbitrária, que corresponde à escolha do nível zero de energia.

- Assim, podemos escrever uma expressão geral para a energia potencial num ponto P qualquer:

$$U(P) = -\int_{P_0}^{P} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l}, \quad \text{onde} \quad U(P_0) = 0$$

uma vez escolhido o ponto P_0 correspondente ao nível zero de energia potencial, a energia potencial corresponde a **menos** o trabalho realizado sobre a partícula pela força F ao trazê-la desde o nível zero da energia potencial até o ponto P.

lembrete

$$W_{P_1 \to P_2}^{(C)} = \int_{P_1 \, (C)}^{P_2} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = -[U(P_2) - U(P_1)] = -(U_2 - U_1) = -\Delta U$$

Forças conservativas

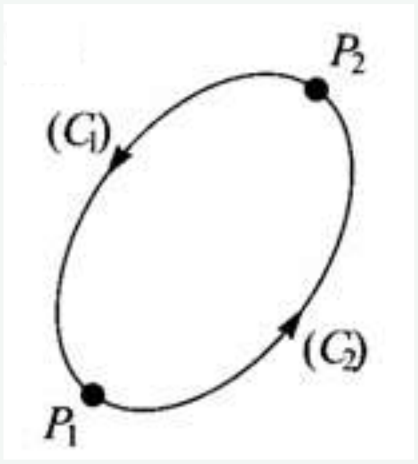
- Vamos enunciar novamente (mas de uma outra forma) o critério para que uma força seja conservativa.

$$\int_{\substack{P_1 \\ (C)}}^{P_2} \mathbf{F}\cdot d\mathbf{l} = -\int_{\substack{P_2 \\ (C)}}^{P_1} \mathbf{F}\cdot d\mathbf{l}$$

propriedade do cálculo

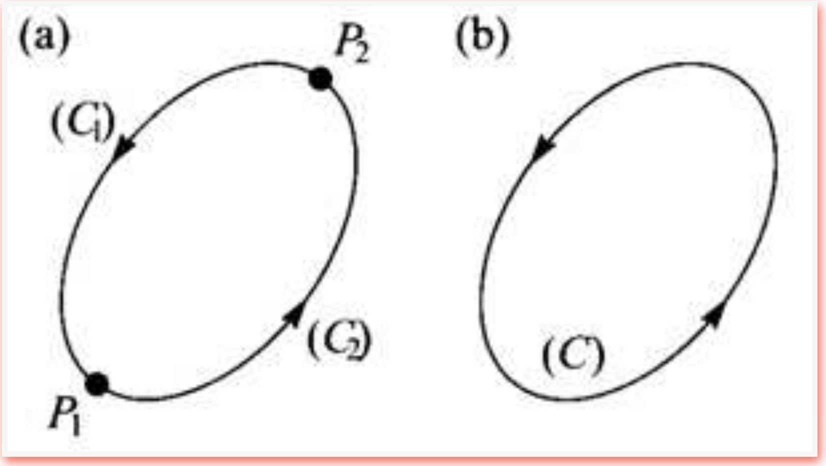
- Consideremos uma força **F** conservativa e C_1 e C_2 dois caminhos diferentes ligando P_1 a P_2

$$\boxed{\int_{\substack{P_1 \\ (C_1)}}^{P_2} \mathbf{F}\cdot d\mathbf{l} = \int_{\substack{P_1 \\ (C_2)}}^{P_2} \mathbf{F}\cdot d\mathbf{l}} \xrightarrow{\text{aplicando a propriedade acima}} \int_{\substack{P_1 \\ (C_2)}}^{P_2} \mathbf{F}\cdot d\mathbf{l} + \int_{\substack{P_2 \\ (C_1)}}^{P_1} \mathbf{F}\cdot d\mathbf{l} = 0$$



Forças conservativas

- Mas percorrer o caminho C_2 de P_1 a P_2 e depois voltar de P_2 a P_1 ao longo de C_1 **(a)** equivale a descrever um caminho fechado C **(b)**.



$$\oint_{(C)} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = 0$$

A condição necessária e suficiente para que uma força seja conservativa é que o trabalho por ela realizado ao longo de qualquer caminho fechado se anule. Isso significa que a energia potencial ganha pela partícula numa parte do ciclo (caminho fechado) é devolvida na outra parte.

Força e gradiente da energia potencial

Força e gradiente da energia potencial

- No caso unidimensional, uma força conservativa pode ser calculada se conhecermos a energia potencial como função da posição $F(x) = -dU/dx$.

- Vamos agora estender este resultado ao caso tridimensional:

$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x}, \quad F_y = -\frac{\partial U}{\partial y}, \quad F_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$$

$$U(x, y, z)$$

$$f(x,y,z) = xy^2z^3 \quad \begin{cases} \partial f/\partial x = y^2z^3 \\ \partial f/\partial y = 2xyz^3 \\ \partial f/\partial z = 3xy^2z^2 \end{cases}$$

exemplo de derivadas parciais

Força e gradiente da energia potencial

- É mais econômico descrever o problema em termos da energia potencial $U(x, y, z)$ que é **escalar** do que $\overrightarrow{F}(x, y, z)$ que é **vetorial**.

$$\overrightarrow{F} = -\nabla U$$

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z}\mathbf{k}$$

vetor gradiente

Potência

Potência

- Até aqui, discutimos os conceitos de trabalho energia sem contudo levar em consideração o fator **tempo**.
- Em muitas aplicações, uma quantidade relevante é o trabalho realizado por unidade de tempo, o que chamamos de **potência**.

$$\bar{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

potência média

$$P = \frac{dW}{dt}$$

potência instantânea

$$1\ \text{Watt} = 1\ \text{W} = 1\ \text{J/s}$$

Força e gradiente da energia potencial

- Podemos também escrever:

$$dW = \mathbf{F}\cdot\mathbf{dl} \Rightarrow P = \frac{dW}{dt} = \mathbf{F}\cdot\frac{\mathbf{dl}}{dt} = \mathbf{F}\cdot\mathbf{v}$$

$$P = \mathbf{F}\cdot\mathbf{v} = \mathbf{m}\frac{\mathbf{dv}}{dt}\cdot\mathbf{v} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}m\mathbf{v}^2\right) = \frac{dT}{dt}$$

a potência corresponde à taxa de variação temporal da energia cinética da partícula

Força e gradiente da energia potencial

- No caso de uma força conservativa:

$$P = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{F} \cdot \frac{\mathbf{dl}}{dt} = -\ \mathrm{grad}\ U \cdot \mathbf{dl} / dt$$

$$P = -dU / dt$$

Força e gradiente da energia potencial

- Combinado as duas expressões anteriores:

$$\frac{d}{dt}(T+U)=\frac{dE}{dt}=0$$

formulação diferencial da conservação de energia

Alguns exemplos

Trabalho de força constante

- Uma partícula sofre um deslocamento $\vec{l} = (2\hat{i} - 5\hat{i})$ m. Durante esse deslocamento, uma força constante $\vec{F} = (3\hat{i} + 4\hat{i})$ m atua sobre a partícula. Determine:
  - (*a*) o trabalho realizado pela força.
  - (*b*) a componente da força na direção do deslocamento.

Trabalho de força constante

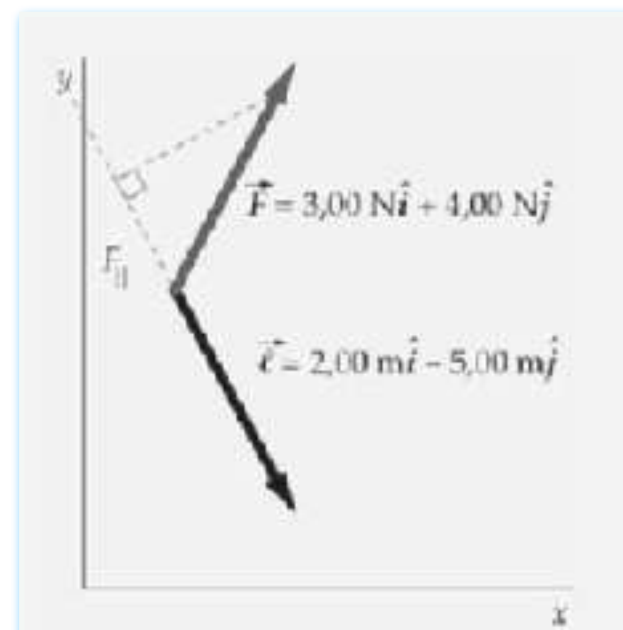
- Resolução:

- Uma partícula sofre um deslocamento $\vec{l} = (2\hat{i} - 5\hat{i})$ m. Durante esse deslocamento, uma força constante $\vec{F} = (3\hat{i} + 4\hat{i})$ m atua sobre a partícula. Determine:
  - *(a)* o trabalho realizado pela força.
  - *(b)* a componente da força na direção do deslocamento.

$$W = \vec{F} \cdot \vec{\ell} = \boxed{-14{,}0\ \mathrm{J}}$$ (a)

$$\vec{\ell} \cdot \vec{\ell} = 29{,}0\ \mathrm{m}^2, \text{ logo } \ell = \sqrt{29{,}0}\ \mathrm{m}$$

$$F_{||} = \vec{F} \cdot \vec{\ell} / \ell = \boxed{-2{,}60\ \mathrm{N}}$$ (b)

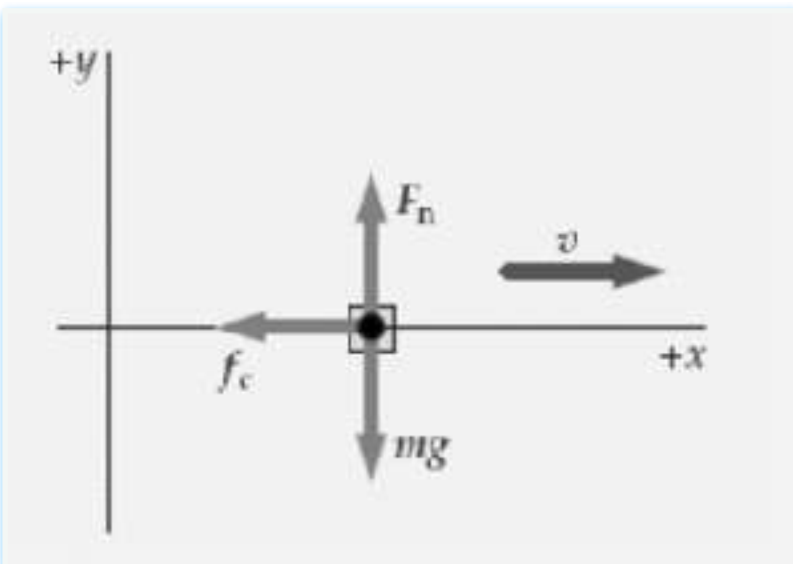


Teorema da energia cinética

- Para evitar um acidente, o motorista de um carro de 1000 kg, se deslocando a 90 km/h em uma estrada horizontal reta, pisa nos freios com força máxima. O sistema ABS não está funcionando, de modo que as rodas bloqueiam e os pneus deslizam até o carro parar. O coeficiente de atrito cinético entre a estrada e os pneus é 0.80. Qual é a distância percorrida pelo carro?

Teorema da energia cinética

- Resolução:



- Para evitar um acidente, o motorista de um carro de 1000 kg, se deslocando a 90 km/h em uma estrada horizontal reta, pisa nos freios com força máxima. O sistema ABS não está funcionando, de modo que as rodas bloqueiam e os pneus deslizam até o carro parar. O coeficiente de atrito cinético entre a estrada e os pneus é 0.80. Qual é a distância percorrida pelo carro?

$$\vec{F}_{res} = \vec{F}_n + m\vec{g} + \vec{f}_c = \vec{f}_c$$

logo

$$F_{res} = f_c = \mu_c F_n = \mu_c mg$$

$$\vec{F}_{res} = -\mu_c mg\,\hat{i}$$

$$\int_1^2 \vec{F}_{res}\cdot d\vec{\ell}_{cm} = \Delta K_{trans}$$

$$\int_1^2 -\mu_c mg\,\hat{i}\cdot dx_{cm}\,\hat{i} = K_{trans\,2} - K_{trans\,1}$$

$$-\mu_c mg\int_1^2 dx_{cm} = 0 - K_{trans\,1}$$

$$-\mu_c mg\,(x_{cm\,2} - x_{cm\,1}) = -\tfrac{1}{2}mv^2_{cm\,1}$$

$$v_{cm\,1} = 90\ \text{km/h}\cdot\frac{1\ \text{h}}{(3{,}6\ \text{ks})} = 25\ \text{m/s}$$

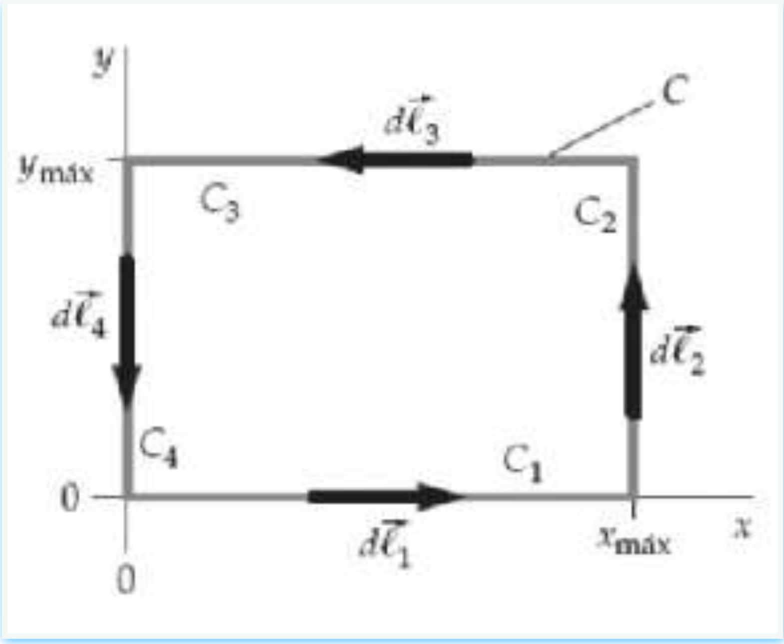
logo

$$\Delta x_{cm} = x_{cm\,2} - x_{cm\,1} = \frac{v^2_{cm\,1}}{2\mu_c g}$$

$$\Delta x_{cm} = \frac{(25\ \text{m/s})^2}{2\cdot(0{,}80)(9{,}81\ \text{m/s}^2)} = \boxed{40\ \text{m}}$$

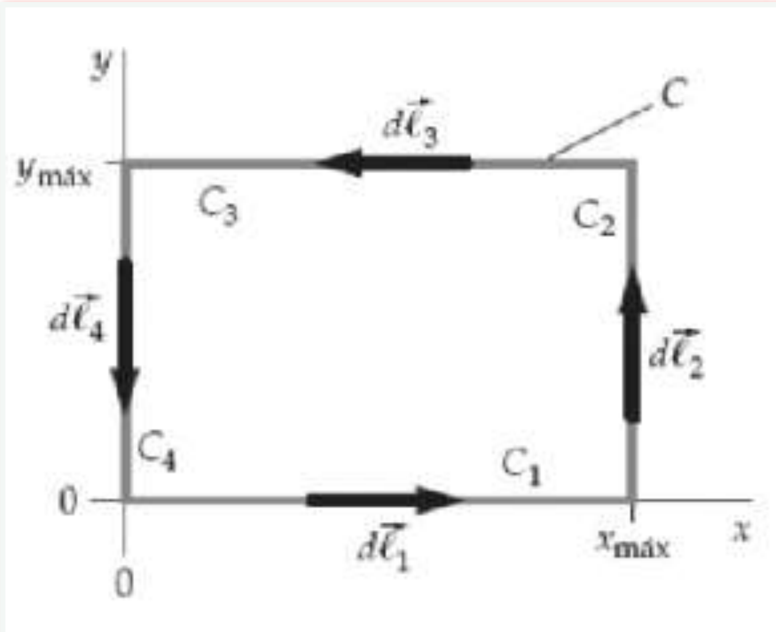
Trabalho de uma força no caso geral

- Para calcular o trabalho realizado por uma força $\vec{F}$ ao longo de uma curva fechada (ou de um caminho fechado) *C*, calculamos $\oint_C \vec{F} \,.\, \vec{dl}$ onde o círculo no sinal de integral significa que a integração é efetuada para um percurso completo ao longo de *C*. Para $\vec{F} = Ax\hat{i}$ calcule $\oint_C \vec{F} \,.\, \vec{dl}$ para o caminho *C* abaixo.



Trabalho de uma força no caso geral

- Resolução:



- Para calcular o trabalho realizado por uma força $\vec{F}$ ao longo de uma curva fechada (ou de um caminho fechado) C, calculamos $\oint_C \vec{F}\,.\,\vec{dl}$ onde o círculo no sinal de integral significa que a integração é efetuada para um percurso completo ao longo de C. Para $\vec{F} = Ax\hat{i}$ calcule $\oint_C \vec{F}\,.\,\vec{dl}$ para o caminho C abaixo.

$$\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell}_1 + \int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell}_2 + \int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{\ell}_3 + \int_{C_4} \vec{F}\cdot d\vec{\ell}_4$$

$$\int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{\ell}_1 = \int_0^{x_{\text{máx}}} Ax\hat{i}\cdot dx\hat{i} = A\int_0^{x_{\text{máx}}} x\,dx = \tfrac{1}{2}Ax_{\text{máx}}^2$$

$$\int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{\ell}_2 = \int_0^{y_{\text{máx}}} Ax_{\text{máx}}\hat{i}\cdot dy\hat{j} = Ax_{\text{máx}}\int_0^{y_{\text{máx}}} \hat{i}\cdot\hat{j}\,dy = 0$$

($\hat{i}\cdot\hat{j} = 0$ porque $\hat{i}$ e $\hat{j}$ são perpendiculares.)

$$\int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{\ell}_3 = \int_{x_{\text{máx}}}^0 Ax\hat{i}\cdot dx\hat{i} = -A\int_0^{x_{\text{máx}}} x\,dx = -\tfrac{1}{2}Ax_{\text{máx}}^2$$

$$\int_{C_4} \vec{F}\cdot d\vec{\ell}_4 = \int_{y_{\text{máx}}}^0 0\hat{i}\cdot dy\hat{j} = 0$$

$$\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \tfrac{1}{2}Ax_{\text{máx}}^2 + 0 - \tfrac{1}{2}Ax_{\text{máx}}^2 + 0 = \boxed{0}$$

Trabalho e energia

- Uma garrafa de 0.350 kg cai, a partir do repouso, de uma prateleira que está 1.75 m acima do chão. Determine a energia potencial do sistema garrafa–Terra, quando a garrafa está na prateleira e quando ela está para tocar o chão. Determine a energia cinética da garrafa exatamente antes do impacto.

Trabalho e energia

- Resolução:

- Uma garrafa de 0.350 kg cai, a partir do repouso, de uma prateleira que está 1.75 m acima do chão. Determine a energia potencial do sistema garrafa–Terra, quando a garrafa está na prateleira e quando ela está para tocar o chão. Determine a energia cinética da garrafa exatamente antes do impacto.

$$W_g = -\Delta U = -(U_f - U_i) = -(mgy_f - mgy_i)$$
$$= mg(y_i - y_f) = mg(h - 0) = mgh$$

(a)

$$mgh = \Delta K$$
$$mgh = K_f - K_i$$
$$K_f = K_i + mgh$$
$$= 0 + (0{,}350\ \text{kg})(9{,}81\ \text{N/kg})(1{,}75\ \text{m})$$
$$= 6{,}01\ \text{N}\cdot\text{m} = \boxed{6{,}01\ \text{J}}$$

(b)

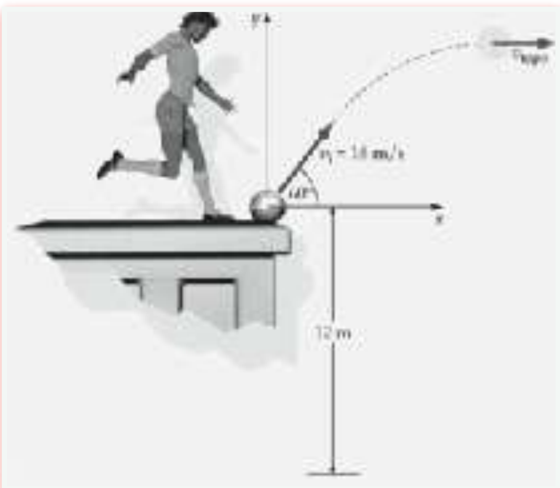
Conservação da energia mecânica

- Próximo à borda de um telhado de um prédio de 12 m de altura, você chuta uma bola com uma velocidade inicial $v_i = 16\ \mathrm{m/s}$ a um ângulo de 60° acima da horizontal. Desprezando a resistência do ar, encontre
  - (*a*) a altura máxima, acima do telhado do prédio, atingida pela bola.
  - (*b*) sua velocidade, quando está prestes a tocar o solo.

Conservação da energia mecânica

- Próximo à borda de um telhado de um prédio de 12 m de altura, você chuta uma bola com uma velocidade inicial $v_i = 16\ \mathrm{m/s}$ a um ângulo de 60° acima da horizontal. Desprezando a resistência do ar, encontre
    - (*a*) a altura máxima, acima do telhado do prédio, atingida pela bola.
    - (*b*) sua velocidade, quando está prestes a tocar o solo.

- Resolução:



$$E_{\text{mec f}} = E_{\text{mec i}}$$

$$E_{\text{mec topo}} = E_{\text{mec i}}$$
$$\tfrac{1}{2}mv_{\text{topo}}^2 + mgy_{\text{topo}} = \tfrac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i$$
$$\tfrac{1}{2}mv_{\text{topo}}^2 + mgh_{\text{topo}} = \tfrac{1}{2}mv_i^2 + 0$$

$$y_{\text{topo}} = \frac{v_i^2 - v_{\text{topo}}^2}{2g}$$

$$v_{\text{topo}} = v_{ix} = v_i \cos\theta$$

$$y_{\text{topo}} = \frac{v_i^2 - v_{\text{topo}}^2}{2g} = \frac{v_i^2 - v_i^2\cos^2\theta}{2g} = \frac{v_i^2(1-\cos^2\theta)}{2g}$$
$$= \frac{(16\ \mathrm{m/s})^2(1-\cos^2 60°)}{2(9{,}81\ \mathrm{m/s^2})} = \boxed{9{,}8\ \mathrm{m}}$$

(a)

$$E_{\text{mec f}} = \tfrac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f$$

$$\tfrac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f = \tfrac{1}{2}mv_i^2 + 0$$

$$v_f = \sqrt{v_i^2 - 2gy_f}$$
$$= \sqrt{(16\ \mathrm{m/s})^2 - 2(9{,}81\ \mathrm{m/s^2})(-12\ \mathrm{m})}$$
$$= \boxed{22\ \mathrm{m/s}}$$

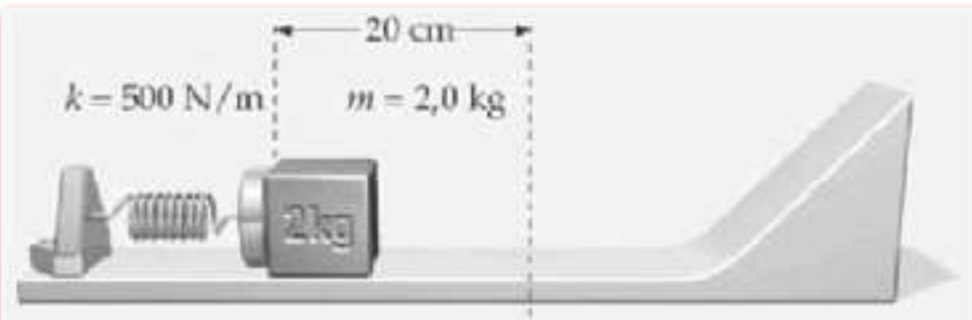
(b)

Conservação da energia mecânica

- Um bloco de 2.0 kg, sobre uma superfície horizontal sem atrito, é empurrado contra uma mola de constante de força igual a 500 N/m, comprimindo a mola de 20 cm. O bloco é então liberado e a força da mola o acelera à medida que a mola descomprime. Depois, o bloco desliza ao longo da superfície e sobe um plano sem atrito inclinado de um ângulo de 45°. Qual é a distância que o bloco percorre, rampa acima, até atingir momentaneamente o repouso?

Conservação da energia mecânica

- Resolução:



- Um bloco de 2.0 kg, sobre uma superfície horizontal sem atrito, é empurrado contra uma mola de constante de força igual a 500 N/m, comprimindo a mola de 20 cm. O bloco é então liberado e a força da mola o acelera à medida que a mola descomprime. Depois, o bloco desliza ao longo da superfície e sobe um plano sem atrito inclinado de um ângulo de 45°. Qual é a distância que o bloco percorre, rampa acima, até atingir momentaneamente o repouso?

$$E_{mec\,f} = E_{mec\,i}$$

$$E_{mec\,i} = U_{s\,i} + U_{g\,i} + K_i = \tfrac{1}{2}kx_i^2 + 0 + 0$$

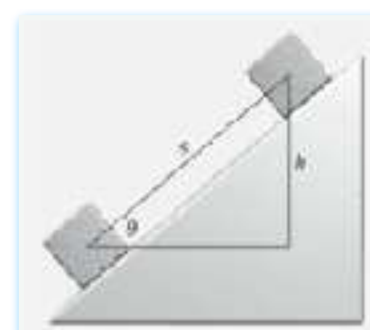
$$E_{mec\,f} = U_{s\,f} + U_{g\,f} + K_f = 0 + mgh + 0$$

$$mgh = \tfrac{1}{2}kx_i^2$$

$$h = \frac{kx_i^2}{2mg} = 0{,}51\ \mathrm{m}$$

$$h = s \times \operatorname{sen}\theta$$

$$s = \boxed{0{,}72\ \mathrm{m}}$$



Função energia potencial

- Na região $-a < x < a$, a força sobre uma partícula é representada pela função energia potencial abaixo, onde a e b são constantes positivas.
  - *a*) Determine a força F_x na região $-a < x < a$.
  - (*b*) Para qual valor de x a força é zero?
  - (*c*) No ponto onde a força é zero, o equilíbrio é estável ou instável?

$$U = -b\left(\frac{1}{a+x} + \frac{1}{a-x}\right)$$

Função energia potencial

- Resolução:

- Na região $-a < x < a$, a força sobre uma partícula é representada pela função energia potencial abaixo, onde a e b são constantes positivas.
    - a) Determine a força F_x na região $-a < x < a$.
    - (b) Para qual valor de x a força é zero?
    - (c) No ponto onde a força é zero, o equilíbrio é estável ou instável?

$$U = -b\left(\frac{1}{a+x} + \frac{1}{a-x}\right)$$

$$F_x = -\frac{d}{dx}\left[-b\left(\frac{1}{(a+x)} + \frac{1}{(a-x)}\right)\right] = \boxed{-b\left(\frac{1}{(a+x)^2} - \frac{1}{(a-x)^2}\right)}$$

(a)

$$F_x = 0 \text{ em } \boxed{x = 0}$$

(b)

$$\frac{d^2U}{dx^2} = -2b\left(\frac{1}{(a+x)^3} + \frac{1}{(a-x)^3}\right)$$

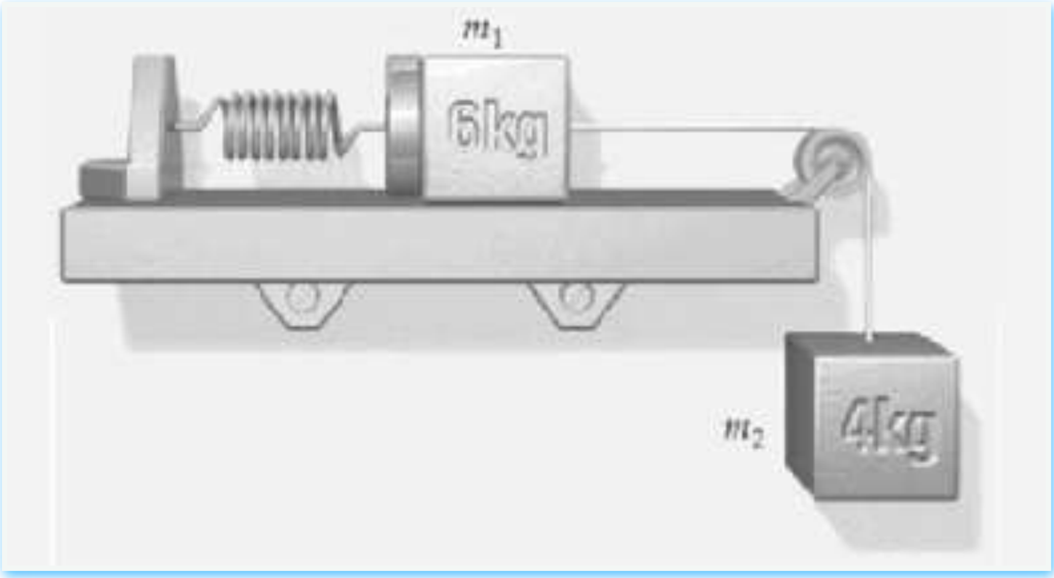
Em $x = 0$, $\dfrac{d^2U}{dx^2} = \dfrac{-4b}{a^3} < 0$

Assim, o equilíbrio é $\boxed{\text{instável}}$.

(c)

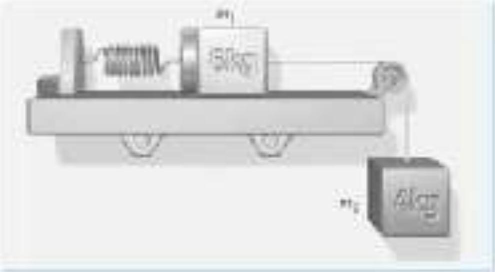
Conservação da energia mecânica

- Um bloco de 4.0 kg está pendurado, através de um fio leve que passa por uma polia sem massa e sem atrito, a um bloco de 6.0 kg que está sobre uma prateleira. O coeficiente de atrito cinético é 0.20. O bloco de 6.0 kg é empurrado contra uma mola, comprimindo-a de 30 cm. A mola tem uma constante de força de 180 N/m. Determine a rapidez dos blocos depois que o bloco de 6.0 kg tiver sido largado e o bloco de 4.0 kg tiver descido uma distância de 40 cm. (Suponha o bloco de 6,0 kg inicialmente a pelo menos 40 cm da polia.)



Conservação da energia mecânica

- Um bloco de 4.0 kg está pendurado, através de um fio leve que passa por uma polia sem massa e sem atrito, a um bloco de 6.0 kg que está sobre uma prateleira. O coeficiente de atrito cinético é 0.20. O bloco de 6.0 kg é empurrado contra uma mola, comprimindo-a de 30 cm. A mola tem uma constante de força de 180 N/m. Determine a rapidez dos blocos depois que o bloco de 6.0 kg tiver sido largado e o bloco de 4.0 kg tiver descido uma distância de 40 cm. (Suponha o bloco de 6,0 kg inicialmente a pelo menos 40 cm da polia.)



- Resolução:

$$W_{ext} = \Delta E_{mec} + \Delta E_{térm}$$
$$= (\Delta U_m + \Delta U_g + \Delta K) + f_c s_{rel}$$

$$W_{ext} = 0$$

$$U_m = \tfrac{1}{2}kx^2$$
$$U_m = mgy_2$$

	Final	Inicial	Diferença
U_m	0	$\frac{1}{2}kx_i^2$	$-\frac{1}{2}kx_i^2$
U_g	$-m_2gs$	0	$-m_2gs$
K	$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_f^2$	0	$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_f^2$

$$0 = -\tfrac{1}{2}kx_i^2 - m_2gs + \tfrac{1}{2}(m_1 + m_2)v_f^2 + \mu_c m_1 gs$$

$$v_f^2 = \frac{kx_i^2 + 2(m_2 - \mu_c m_1)gs}{m_1 + m_2}$$

$$\text{logo} \quad v_f = \boxed{2{,}0\ \text{m/s}}$$

Sumário

- Trabalho de uma força constante numa direção qualquer.
- Trabalho de uma força no caso geral.
- Forças conservativas.
- Força e gradiente da energia potencial.
- Potência.