CET164

Física I

Prof. Rogério Monteiro

Colisões

Aula A09

Tópicos da aula

- Impulso de uma força.
- Colisões elásticas e inelásticas.
- Colisões elásticas unidimensionais.
- Colisões unidimensionais totalmente inelásticas.
- Colisões elásticas bidimensionais.
- Colisões inelásticas bidimensionais.

Referências

- Curso de Física Básica. Volume 1: Mecânica. H. Moysés Nussenzveig. Editora Edgard Blucher. 2002.

- Fundamentos de Física. Volume 1: Mecânica. Halliday, Resnick & Walker. 8a edição. Editora LTC. 2009.

- Física para cientista e engenheiros. Volume 1: Mecânica, Oscilações e Ondas, Termodinâmica. Paul A. Tipler & Gene Mosca. 6a edição. Editora LTC. 2009.

Objetivos

Ao final da aula, você deverá ser capaz de:

- Compreender o conceito de impulso de uma força.
- Entender os tipos de colisões (elástica e inelástica).
- Resolver problemas envolvendo colisões em várias dimensões.

Discussão inicial

Discussão inicial

- Uma colisão entre duas partículas é um processo em que uma lançada contra a outra, podendo trocar energia e momento em consequência de sua interação.
- As partículas podem ser corpos macroscópicos ou serem de escala atômica ou subatômica.
- No caso de emergirem as mesmas duas partículas, o processo é chamado de **espalhamento.**
- Entretanto, pode emergir um sistema muito diferente, com novas partículas.

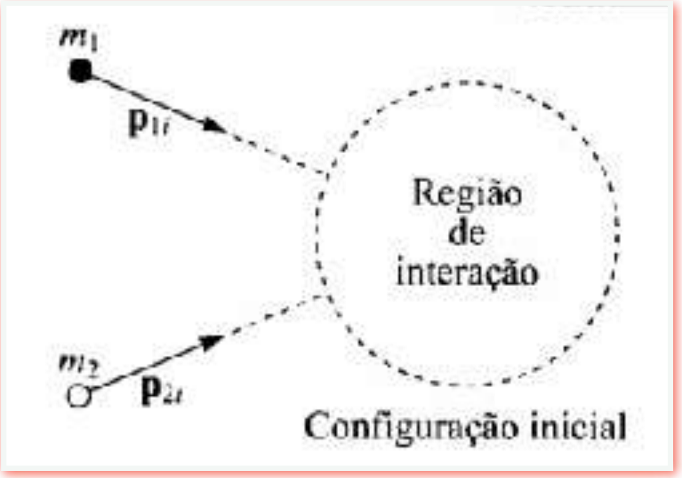
Discussão inicial

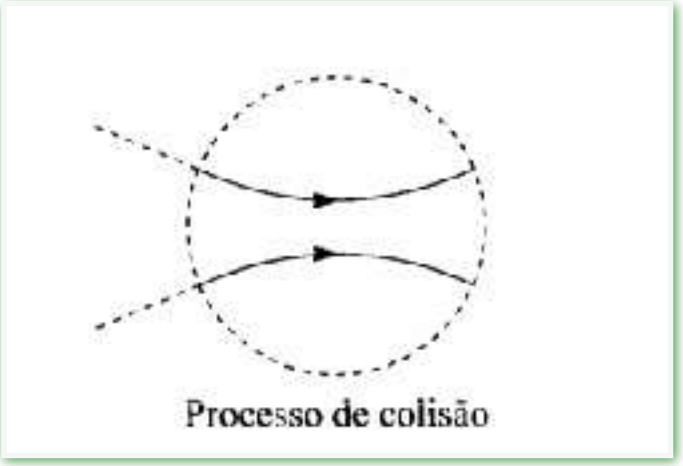
- Estudando-se os parâmetros que caracterizam os produtos da colisão e sua dependência dos parâmetros característicos (tais como energia e momento) das partículas incidentes, obtêm-se informações importantes sobre a natureza das interações entre as partículas.

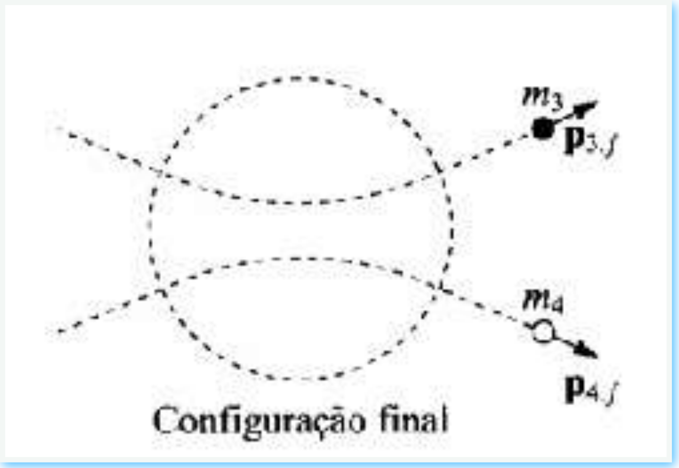
- Quase tudo que sabemos sobre as interações entre partículas subatômicas resultou de estudo de processos de colisão entre elas.

Discussão inicial

- O que é uma colisão?







Discussão inicial

- Poderíamos pensar em processos de colisão em que as interações são devidas a forças de contato, mas isso **não** é uma condição necessária.

- As deflexões podem ser produzidas por forças elétricas ou gravitacionais, por exemplo.

- Muitos resultados podem ser obtidos exclusivamente a partir dos princípios de conservação de momento e energia, independentemente do conhecimento das forças de interação.

Impulso de uma força

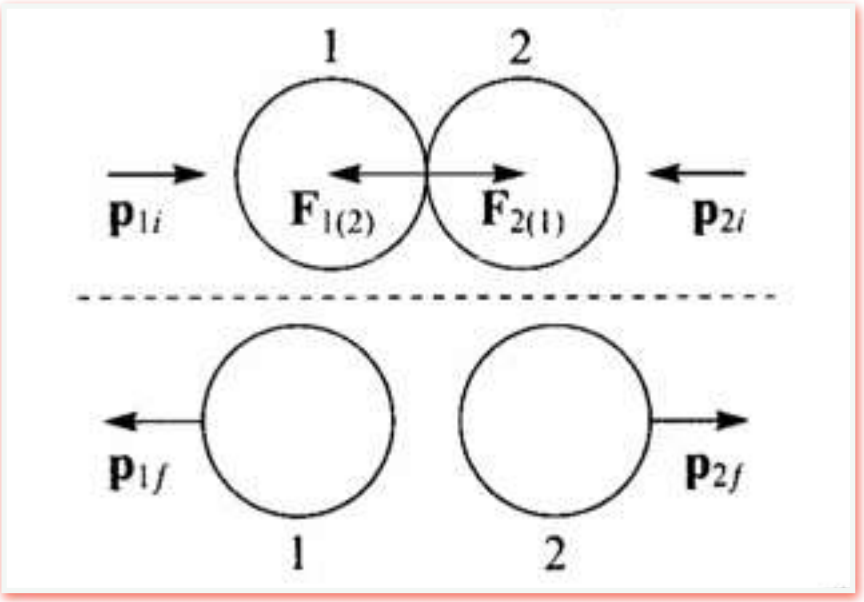
Impulso de uma força

- Forças de contato que atuam durante uma colisão (ex: duas bolas de bilhar) são forças extremamente intensas, que atual durante um intervalo de tempo muito curto.

- O efeito de tal força impulsiva pode ser medido através do **impulso** que ela produz.

Impulso de uma força

- Vamos considerar o exemplo de uma colisão frontal entre duas bolas de bilhar, onde $\mathbf{F}_{1(2)}$ e $\mathbf{F}_{2(1)}$ atuam durante um intervalo de tempo extremamente curto.



$$\frac{d\mathbf{p}_1}{dt} = \mathbf{F}_{1(2)} = -\mathbf{F}_{2(1)} = -\frac{d\mathbf{p}_2}{dt}$$

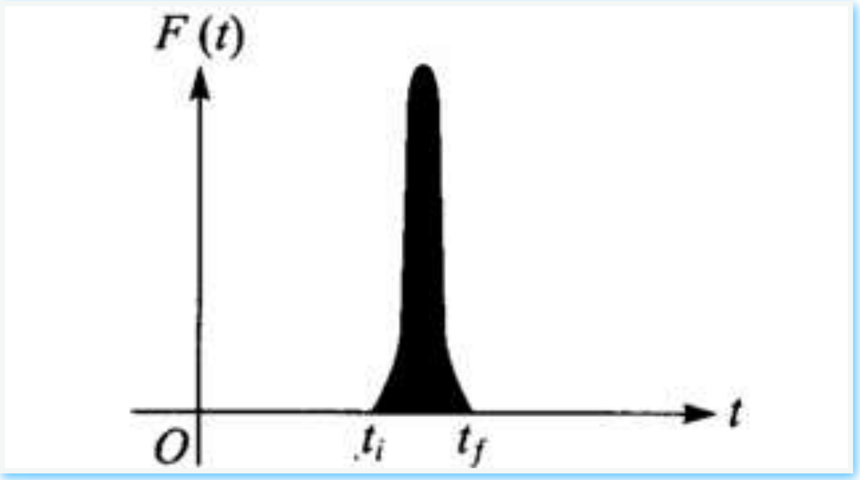
equação de movimento

$$\int_{t_i}^{t_f} \frac{d\mathbf{p}_1}{dt} dt = \int_{\mathbf{p}1_i}^{\mathbf{p}_{1f}} d\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_{1f} - \mathbf{p}_{1i} = \Delta\mathbf{p}_1 = \int_{t_i}^{t_f} \mathbf{F}_{1(2)} dt = -\int_{t_i}^{t_f} \mathbf{F}_{2(1)} dt = -\Delta\mathbf{p}_2$$

Impulso de uma força

$$\int_{t_i}^{t_f} \mathbf{F}dt = \int_{t_i}^{t_f} \frac{d\mathbf{p}}{dt}dt = \int_{\mathbf{p}_i}^{\mathbf{pf}} d\mathbf{p} = \mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i = \Delta\mathbf{p}$$

impulso da força **F** durante o intervalo de tempo de t_i a t_f



exemplo de um gráfico de força impulsiva

Colisões elásticas e inelásticas

Colisões elásticas e inelásticas

- A energia total do sistema sempre se conserva numa colisão, como em qualquer processo físico, embora parte da energia mecânica possa converter-se em outras formas de energia, como o calor.

- Entretanto, mesmo nas colisões em que a energia mecânica se conserva (forças de interação conservativas), parte da energia cinética pode converter-se em energia potencial, ou vice-versa.

Colisões elásticas e inelásticas

- No exemplo de dois discos ou bolas de bilhar que colidem frontalmente com velocidades opostas o que acontece?

- Durante o tempo de colisão, que é uma fração de segundo, a energia cinética das partículas se converte em energia potencial elástica associada à deformação da superfície de contato, como numa mola comprimida.

- Terminado esse período, a energia potencial elástica acumulada volta a converter-se em energia cinética - como numa mola comprimida que volta a se distender - separando os dois corpos.

Colisões elásticas e inelásticas

- Uma colisão em que a energia cinética final é igual à energia cinética inicial é chamada de **colisão elástica**.
- Qualquer outra colisão é uma **colisão inelástica.**
- Numa colisão inelástica, a energia cinética final pode ser menor ou maior que a inicial.
- Um exemplo em que é maior é a explosão de uma granada ao colidir com o solo. Neste caso, energia química armazenada no explosivo se converte em energia cinética dos fragmentos.

Colisões elásticas e inelásticas

- A colisão entre duas bolas de bilhar não é perfeitamente elástica.

- Quando elas se chocam, ouvimos um som: logo, parte da energia é convertida em vibrações, que dão origem a ondas sonoras.

- Há também um (ligeiro) aquecimento da superfície de contato, ou seja, conversão parcial de energia mecânica em calor.

- Entretanto, a perda total de energia cinética é pequena - tipicamente, da ordem de 3% ou 4%, e podemos desprezá-la com boa aproximação, tratando a colisão como se fosse elástica.

Colisões elásticas unidimensionais

Colisões elásticas unidimensionais

- Consideremos duas partículas (1 e 2) que se movem ao longo de uma reta e colidem elasticamente (por exemplo, colisões frontais entre dois discos ou bolas de bilhar).

- Supomos ainda em todos os problemas de colisão que vamos tratar que as partículas estão sujeitas apenas às forças internas de interação que atuam durante a colisão, de modo que o momento total do sistema se conserva:

$$P_i = p_{1i} + p_{2i} = p_{1f} + p_{2f} = P_f$$

Colisões elásticas unidimensionais

- Como por hipótese a colisão é elástica, a energia cinética total também se conserva; neste caso, convém exprimi-la em termos dos momentos das partículas.

$$\left.\begin{array}{l} \mathbf{p} = m\mathbf{v} \ \{ \ \mathbf{v} = \mathbf{p}/m \\ T = \frac{1}{2}m\mathbf{v}^2 \end{array}\right\} T = \frac{1}{2}m\frac{\mathbf{p}^2}{m^2} \longrightarrow T = \frac{\mathbf{p}^2}{2m}$$

$$T_i = \frac{p_{1i}^2}{2m_1} + \frac{p_{2i}^2}{2m_2} = \frac{p_{1f}^2}{2m_1} + \frac{p_{2f}^2}{2m_2} = T_f$$

conservação da energia cinética na colisão

Colisões elásticas unidimensionais

- Podemos reescrever as equações do momento e da energia cinética como:

$$p_{2f} - p_{2i} = p_{1i} - p_{1f}$$

$$p_{2f}^{\,2} - p_{2i}^{\,2} = \lambda\left(p_{1i}^{\,2} - p_{1f}^{\,2}\right)$$

$$\lambda = \frac{m_2}{m_1}$$

$$\Downarrow$$

$$p_{1f} = \left(\frac{1-\lambda}{1+\lambda}\right)p_{1i} + \frac{2}{1+\lambda}p_{2i}$$

$$p_{2f} = \frac{2\lambda}{1+\lambda}p_{1i} - \left(\frac{1-\lambda}{1+\lambda}\right)p_{2i}$$

Colisões elásticas unidimensionais

- Podemos escrever o resultado anterior em termos das velocidades:

$$\begin{cases} v_{1f} = \left(\dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} + \dfrac{2m_2}{m_1 + m_2} v_{2i} \\ v_{2f} = \dfrac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} - \left(\dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{2i} \end{cases}$$

- Uma consequência da colisão elástica em uma dimensão é que a velocidade relativa entre as duas partículas se inverte:

$$v_{2f} - v_{1f} = -(v_{2i} - v_{1i})$$

Colisões elásticas unidimensionais

- Casos particulares: **massas iguais.**

$$\begin{cases} p_{1f} = p_{2i} \\ p_{2f} = p_{1i} \end{cases} \qquad \begin{cases} v_{1f} = v_{2i} \\ v_{2f} = v_{1i} \end{cases}$$

as partículas trocam entre si os momentos e as velocidades

Colisões elásticas unidimensionais

- Casos particulares: **alvo em repouso.**

$$v_{2i} = 0 = p_{2i}$$

- Situação (a): $m_1 \ll m_2$

$$\begin{cases} v_{1f} \approx -v_{1i} \\ v_{2f} \approx 2\dfrac{m_1}{m_2} v_{1i} << v_{1i} \end{cases}$$

$$p_{2f} \approx 2p_{1i}$$

- Situação (a): $m_1 \gg m_2$

$$\begin{cases} v_{1f} \approx v_{1i} \\ v_{2f} \approx 2v_{1i} \end{cases}$$

Colisões unidimensionais totalmente inelásticas

Colisões unidimensionais totalmente inelásticas

- Costuma-se ouvir que nas colisões totalmente inelásticas a energia cinética final se anula.
- Entretanto, isso seria impossível; o que acontece é que ela assume o menor valor possível, que é o valor da energia cinética associada ao movimento do centro de massa.
- As forças que atuam na colisão sendo forças internas, o CM tem de permanecer em movimento retilíneo e uniforme, e o valor mínimo da energia cinética é aquele correspondente a esse movimento.

Colisões unidimensionais totalmente inelásticas

- Numa colisão totalmente inelástica não pode haver movimentos internos (ou seja, relativos ao CM) após a colisão.

- As partículas têm de se mover juntas, seu movimento coincidindo com o do CM.

$$P_i = m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2) v_f = P_f$$

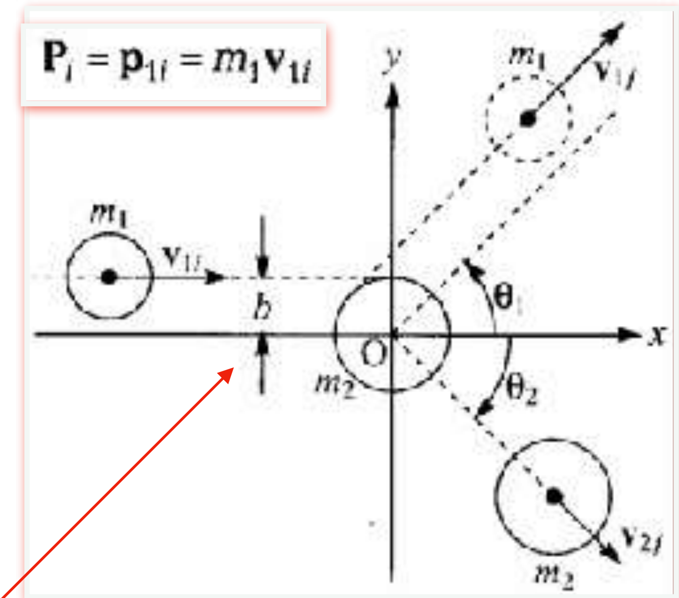
$$v_f = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2} = v_{CM}$$

Colisões elásticas bidimensionais

Colisões elásticas bidimensionais

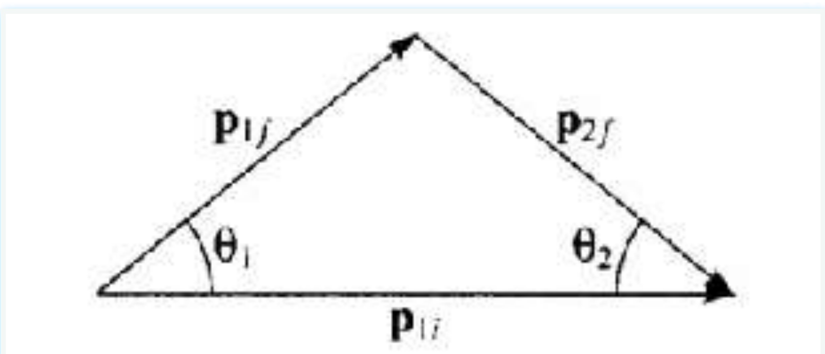
- Vamos nos restringir ao caso em que o alvo está em repouso.

$$\mathbf{P}_i = \mathbf{p}_{1i} = m_1\mathbf{v}_{1i}$$



parâmetro de choque (impacto)

$$\left.\begin{aligned}\mathbf{P}_f &= \mathbf{p}_{1f} + \mathbf{p}_{2f}\\ \mathbf{P}_i &= \mathbf{P}_f\end{aligned}\right\} \quad \mathbf{p}_{1i} = \mathbf{p}_{1f} + \mathbf{p}_{2f}$$

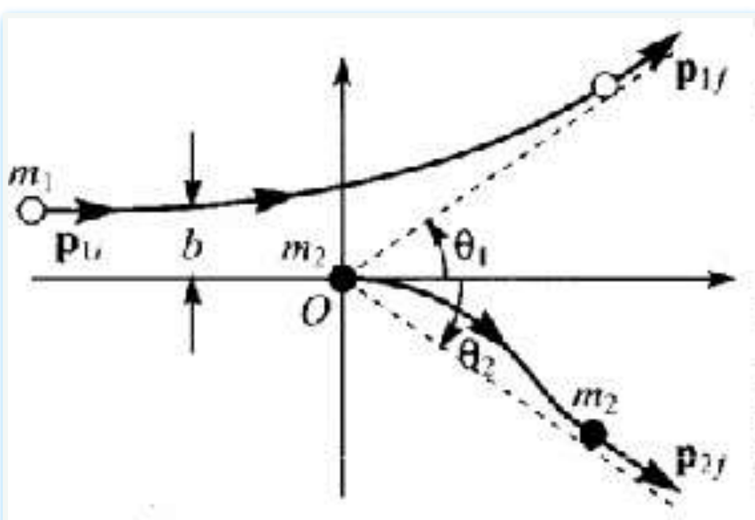


os três vetores pertencem ao mesmo plano, chamado **plano de colisão**

Colisões elásticas bidimensionais

- Embora no caso das bolas de bilhar a interação seja de contato, isso não é uma condição necessária.

- Assim, todos os conceitos se aplicam igualmente à colisões em que as forças atuam à distância, como no caso das forças eletromagnéticas e gravitacional



$$\begin{cases} p_{1f}\cos\theta_1 + p_{2f}\cos\theta_2 = p_{1i} \\ p_{1f}\,\mathrm{sen}\theta_1 - p_{2f}\,\mathrm{sen}\theta_2 = 0 \end{cases}$$

1

$$T_i = \frac{\mathbf{p}_{1i}^2}{2m_1}$$

$$T_f = \frac{\mathbf{p}_{1f}^2}{2m_1} + \frac{\mathbf{p}_{2f}^2}{2m_2}$$

$\xrightarrow{\text{colisão elástica}}$

$$\frac{p_{1i}^2}{2m_1} = \frac{p_{1f}^2}{2m_1} + \frac{p_{2f}^2}{2m_2}$$

2

Colisões elásticas bidimensionais

$$\begin{cases} p_{1f}\cos\theta_1 + p_{2f}\cos\theta_2 = p_{1i} \\ p_{1f}\,\mathrm{sen}\theta_1 - p_{2f}\,\mathrm{sen}\theta_2 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\frac{p_{1i}^2}{2m_1} = \frac{p_{1f}^2}{2m_1} + \frac{p_{2f}^2}{2m_2} \quad (2)$$

- Temos três equações escalares nas quatro incógnitas p_{1f}, p_{2f}, θ_1, θ_2.

- Não é possível, em geral, determinar a configuração final sem fornecer mais um dado.

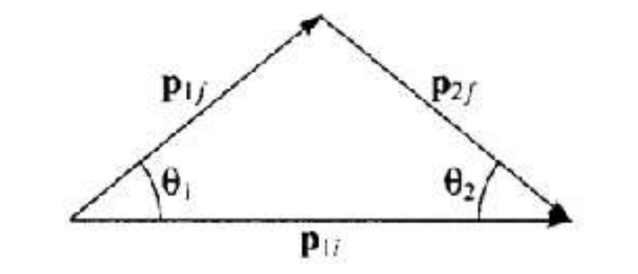
- Isto foi possível no caso unidimensional porque $\theta_1 = 0$ ou $\theta_1 = \pi$ e neste caso $\theta_2 = 0$.

Colisões elásticas bidimensionais

- O dado extra pode ser o parâmetro *b*.
- Podemos também definir a configuração final considerada dando o valor de uma das incógnitas, por exemplo θ_1, o que permite determinar as outras.

Colisões elásticas bidimensionais

- Caso específico: $m_1 = m_2 = m$



$$p_{1i}^{\ 2} = p_{1f}^{\ 2} + p_{2f}^{\ 2} \xrightarrow{\text{elevando ao quadrado}} p_{1i}^{\ 2} = (\mathbf{p}_{1f} + \mathbf{p}_{2f}) \cdot (\mathbf{p}_{1f} + \mathbf{p}_{2f}) = p_{1f}^{\ 2} + p_{2f}^{\ 2} + 2\mathbf{p}_{1f} \cdot \mathbf{p}_{2f}$$

lei dos cossenos

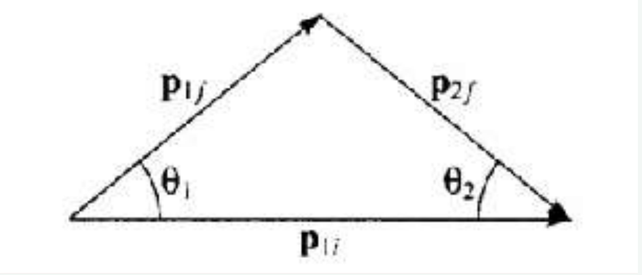
$$\mathbf{p}_{1f} \cdot \mathbf{p}_{2f} = 0 \quad \left\{ \theta_1 + \theta_2 = \frac{\pi}{2} \right.$$

As direções de movimento de duas partículas de massas iguais, após uma colisão elástica com uma delas inicialmente em repouso, são perpendiculares.

Colisões elásticas bidimensionais

- Caso geral: $m_1 \neq m_2$

$$\mathbf{p}_{1i} = \mathbf{p}_{1f} + \mathbf{p}_{2f} \longrightarrow p_{2f}^{\;2} = (\mathbf{p}_{1i} - \mathbf{p}_{1f})^2 = p_{1i}^{\;2} + p_{1f}^{\;2} - 2p_{1i}p_{1f}\cos\theta_1$$



lei dos cossenos

$$p_{2f}^{\;2} = \lambda\left(p_{1i}^{\;2} - p_{1f}^{\;2}\right)$$

$$\lambda = \frac{m_2}{m_1}$$

$$(1+\lambda)p_{1f}^{\;2} - 2p_{1i}\cos\theta_1 p_{1f} + (1-\lambda)p_{1i}^{\;2} = 0$$

se definirmos a colisão tanto o valor de θ_1, a expressão se torna uma equação do segundo grau para p_{1f}

como $p_{1f} = |\vec{p}_{1f}|$, a solução só será aceitável se for **real e maior que zero**.

só é aceitável se $p_{1f} \geq 0$

$$b^2 - 4ac = 4p_{1i}^{\;2}\cos^2\theta_1 - 4(1-\lambda^2)p_{1i}^{\;2} = 4p_{1i}^{\;2}[\cos^2\theta_1 - (1-\lambda^2)] \geq 0$$

$$\cos^2\theta_1 - 1 + \lambda^2 = \lambda^2 - \operatorname{sen}^2\theta_1 \geq 0$$

$$\longrightarrow \quad p_{1f} = \frac{p_{1i}}{1+\lambda}\left[\cos\theta_1 \pm \sqrt{\cos^2\theta_1 - (1-\lambda^2)}\right]$$

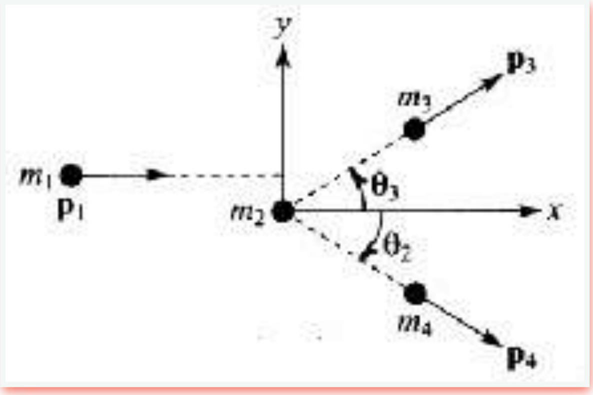
Colisões inelásticas bidimensionais

Colisões inelásticas bidimensionais

- Seja uma colisão inelástica entre uma partícula de massa m_1 e momento inicial $\boldsymbol{p}_1$ e um alvo de massa m_2 em repouso.

- Suponhamos que no final tenhamos outras duas partículas, mas diferentes das iniciais: sejam m_3 e m_4 as massas das partículas finais e $\boldsymbol{p}_3$ e $\boldsymbol{p}_4$ seus momentos finais.

Colisões inelásticas bidimensionais



$$\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_4$$

$$Q = T_f - T_i = T_3 + T_4 - T_1$$

o fator Q é diferente de zero

$Q < 0 \rightarrow$ parte da energia cinética inicial é perdida **(processo endoérgico)**

$Q > 0 \rightarrow$ há um ganho de energia cinética **(processo exoérgico)**

$$\left.\begin{array}{l} p_4^2 = (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_3)^2 = p_1^2 + p_3^2 - 2p_1 p_3 \cos\theta_3 \\ p = \sqrt{2mT} \end{array}\right\}$$

$$T_4 = \frac{p_4^2}{2m_4} = \frac{m_1}{m_4}T_1 + \frac{m_3}{m_4}T_3 - 2\frac{\sqrt{m_1 m_3 T_1 T_3}}{m_4}\cos\theta_3$$

$$Q = \left(1 + \frac{m_3}{m_4}\right)T_3 - \left(1 - \frac{m_1}{m_4}\right)T_1 - 2\frac{\sqrt{m_1 m_3 T_1 T_3}}{m_4}\cos\theta_3$$

Alguns exemplos

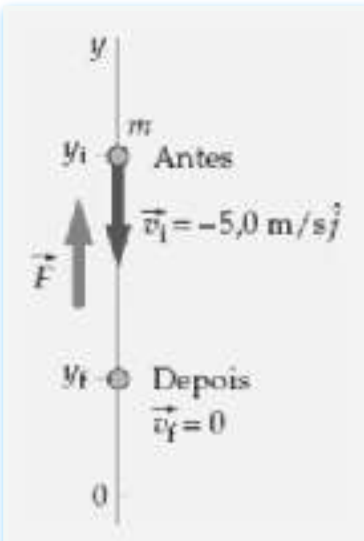
Impulso

- Com um eficiente golpe de caratê, você parte um bloco de concreto. Seja 0.70 kg a massa da sua mão, que se move a 5.0 m/s quando atinge o bloco, parando 6.00 mm além do ponto de contato.
  - (*a*) Qual é o impulso que o bloco exerce sobre sua mão?
  - (*b*) Quais são o tempo aproximado de colisão e a força média que o bloco exerce sobre sua mão?

Impulso

- Com um eficiente golpe de caratê, você parte um bloco de concreto. Seja 0.70 kg a massa da sua mão, que se move a 5.0 m/s quando atinge o bloco, parando 6.00 mm além do ponto de contato.
  - (a) Qual é o impulso que o bloco exerce sobre sua mão?
  - (b) Quais são o tempo aproximado de colisão e a força média que o bloco exerce sobre sua mão?

- Resolução:



$$\vec{I} = \Delta\vec{p} = m\,\Delta\vec{v}$$

$$\vec{v}_i = -5{,}0\ \text{m/s}\ \hat{j}$$
$$\vec{v}_f = 0$$

$$\vec{I} = m\,\Delta\vec{v} = (0{,}70\ \text{kg})[0 - (-5{,}0\ \text{m/s}\ \hat{j})]$$
$$= 3{,}5\ \text{kg}\cdot\text{m/s}\ \hat{j} = \boxed{3{,}5\ \text{N}\cdot\text{s}\ \hat{j}}$$

a)

$$\Delta y = v_{\text{méd}}\,\Delta t \approx \tfrac{1}{2}(v_{iy} + v_{fy})\,\Delta t$$

$$\Delta t \approx \frac{\Delta y}{\frac{1}{2}(v_{iy} + v_{fy})} = \frac{-0{,}006\ \text{m}}{-2{,}5\ \text{m/s}} = 0{,}0024\ \text{s} = 2{,}4\ \text{ms}$$

b)

$$\vec{F}_{\text{méd}} = \frac{\vec{I}}{\Delta t} = \frac{3{,}5\ \text{N}\cdot\text{s}\ \hat{j}}{2{,}4\ \text{ms}} = \boxed{1{,}5\ \text{kN}\ \hat{j}}$$

Colisões unidimensionais

- Um astronauta de 60 kg de massa está no espaço consertando um satélite de comunicações, quando resolve consultar o manual de reparos. Você está de posse do manual e o atira para o colega com uma velocidade de 4.0 m/s em relação à espaçonave. Ele está em repouso em relação à espaçonave, antes de agarrar o manual de 3,0 kg. Determine: (*a*) a velocidade do astronauta logo após agarrar o livro, (*b*) as energias cinéticas inicial e final do sistema livro–astronauta e (*c*) o impulso exercido pelo livro sobre o astronauta.

    - (*a*) a velocidade do astronauta logo após agarrar o livro

    - (*b*) as energias cinéticas inicial e final do sistema livro-astronauta.

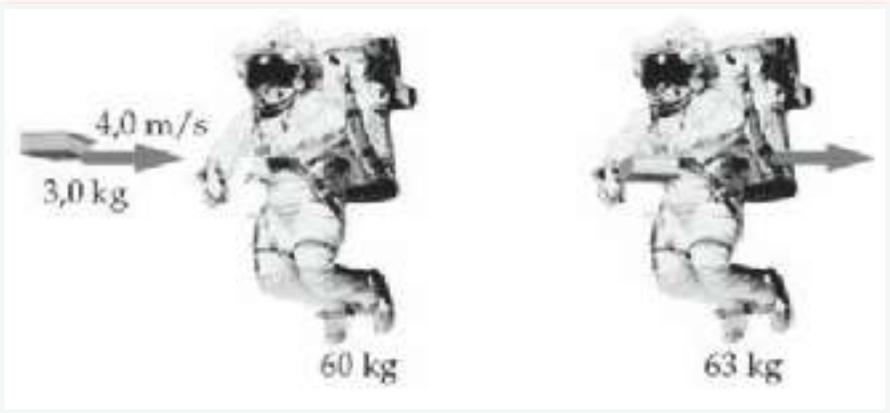
    - (*c*) o impulso exercido pelo livro sobre o astronauta.

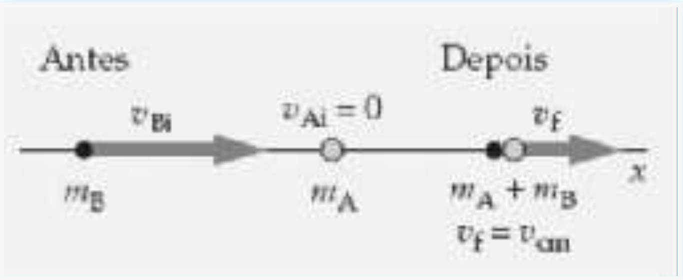
Colisões unidimensionais

- Um astronauta de 60 kg de massa está no espaço consertando um satélite de comunicações, quando resolve consultar o manual de reparos. Você está de posse do manual e o atira para o colega com uma velocidade de 4.0 m/s em relação à espaçonave. Ele está em repouso em relação à espaçonave, antes de agarrar o manual de 3,0 kg. Determine: (a) a velocidade do astronauta logo após agarrar o livro, (b) as energias cinéticas inicial e final do sistema livro-astronauta e (c) o impulso exercido pelo livro sobre o astronauta.
  - (a) a velocidade do astronauta logo após agarrar o livro
  - (b) as energias cinéticas inicial e final do sistema livro-astronauta.
  - (c) o impulso exercido pelo livro sobre o astronauta.

- Resolução:

colisão é perfeitamente inelástica.





$$m_L v_{Li} + m_A v_{Ai} = (m_A + m_L) v_f$$

$$v_f = \frac{m_L v_L + m_A v_A}{m_L + m_A} = \frac{(3,0\ \text{kg})(4,0\ \text{m/s}) + (60\ \text{kg})(0\ \text{m/s})}{3,0\ \text{kg} + 60\ \text{kg}}$$
$$= 0,190\ \text{m/s} = \boxed{0,19\ \text{m/s}}$$

a)

$$K_{\text{sis i}} = K_{Li} = \tfrac{1}{2} m_L v_{Li}^2 = \tfrac{1}{2}(3,0\ \text{kg})(4,0\ \text{m/s})^2 = \boxed{24\ \text{J}}$$

b)

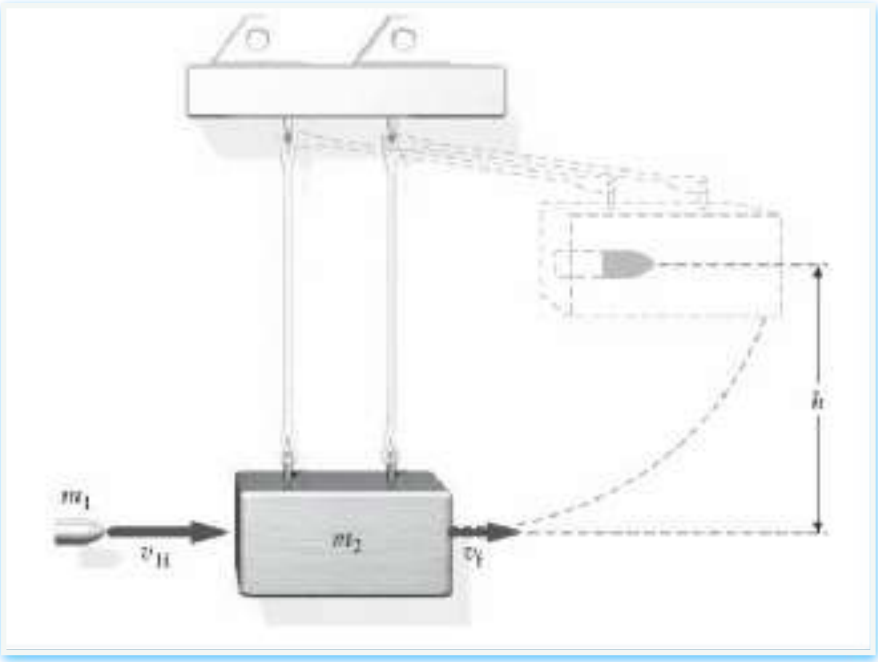
$$K_{\text{sis f}} = \tfrac{1}{2}(m_L + m_A) v_f^2 = 2(63\ \text{kg})(0,190\ \text{m/s})^2 = 1,14\ \text{J} = \boxed{1,1\ \text{J}}$$

$$I_{\text{de L em A}} = \Delta p_A = m_A \Delta v_A = (60\ \text{kg})(0,190\ \text{m/s} - 0)$$
$$= 11,4\ \text{kg}\cdot\text{m/s} = \boxed{11\ \text{N}\cdot\text{s}}$$

c)

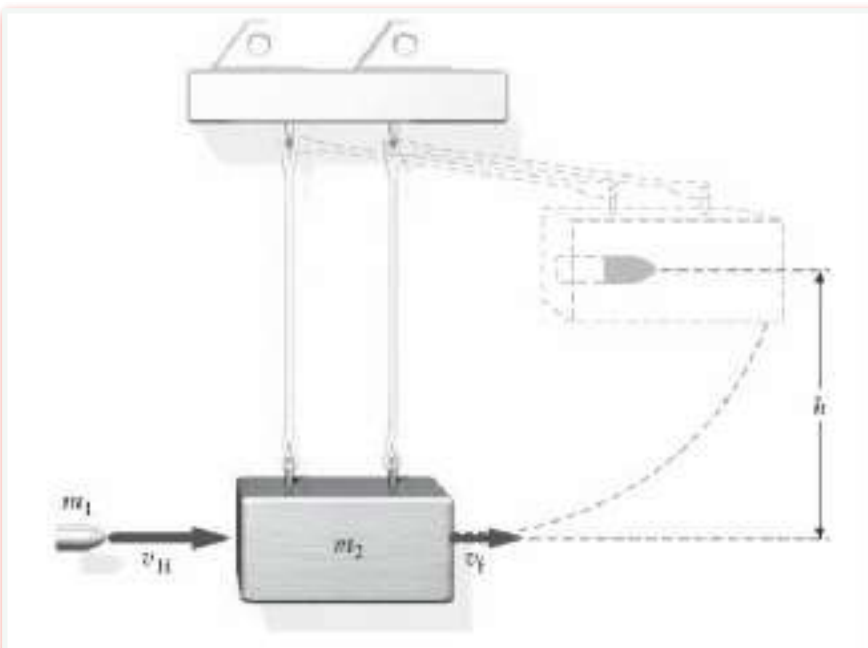
Pêndulo balístico

- Exibindo ótima pontaria, você atira um projétil em um bloco de madeira pendurado, conhecido como *pêndulo balístico*. O bloco, com o projétil encravado, oscila subindo. Registrando a altura máxima atingida na oscilação, você imediatamente informa aos presentes qual era a velocidade do projétil. Qual era essa velocidade?

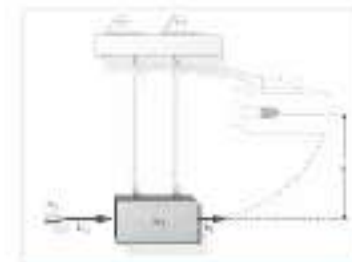


Pêndulo balístico

- Resolução:



- Exibindo ótima pontaria, você atira um projétil em um bloco de madeira pendurado, conhecido como *pêndulo balístico*. O bloco, com o projétil encravado, oscila subindo. Registrando a altura máxima atingida na oscilação, você imediatamente informa aos presentes qual era a velocidade do projétil. Qual era essa velocidade?



$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_f^2 = (m_1 + m_2)gh$$

$$v_f = \sqrt{2gh}$$

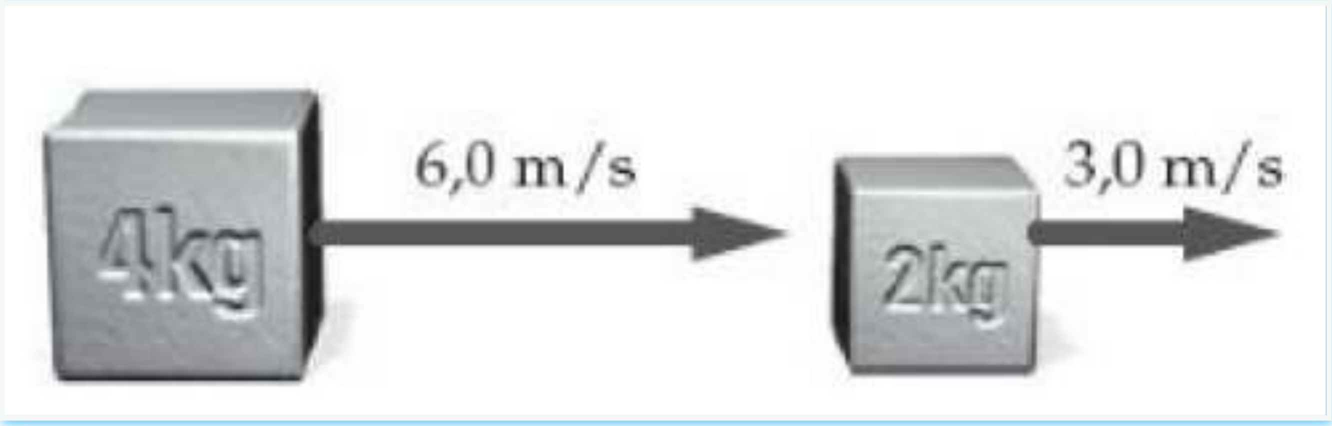
$$m_1 v_{1i} = (m_1 + m_2)v_f$$

$$v_{1i} = \frac{m_1 + m_2}{m_1} v_f$$

$$v_{1i} = \frac{m_1 + m_2}{m_1} v_f = \boxed{\frac{m_1 + m_2}{m_1}\sqrt{2gh}}$$

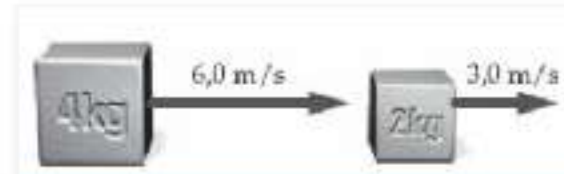
Colisão elástica

- Um bloco de 4.0 kg, movendo-se para a direita a 6.0 m/s, sofre uma colisão elástica frontal com um bloco de 2.0 kg que se move para a direita a 3.0 m/s. Encontre as velocidades finais dos dois blocos.

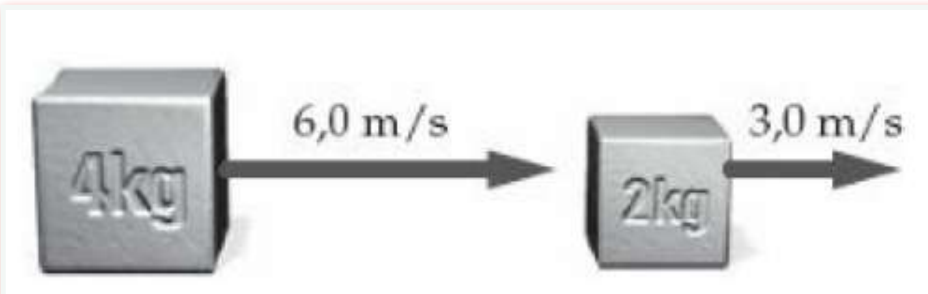


Colisão elástica

- Um bloco de 4.0 kg, movendo-se para a direita a 6.0 m/s, sofre uma colisão elástica frontal com um bloco de 2.0 kg que se move para a direita a 3.0 m/s. Encontre as velocidades finais dos dois blocos.



- Resolução:



$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

$$(4{,}0\,\text{kg})(6{,}0\,\text{m/s}) + (2{,}0\,\text{kg})(3{,}0\,\text{m/s}) = (4{,}0\,\text{kg})v_{1f} + (2{,}0\,\text{kg})v_{2f}$$

$$\text{logo} \quad 2v_{1f} + v_{2f} = 15\,\text{m/s}$$

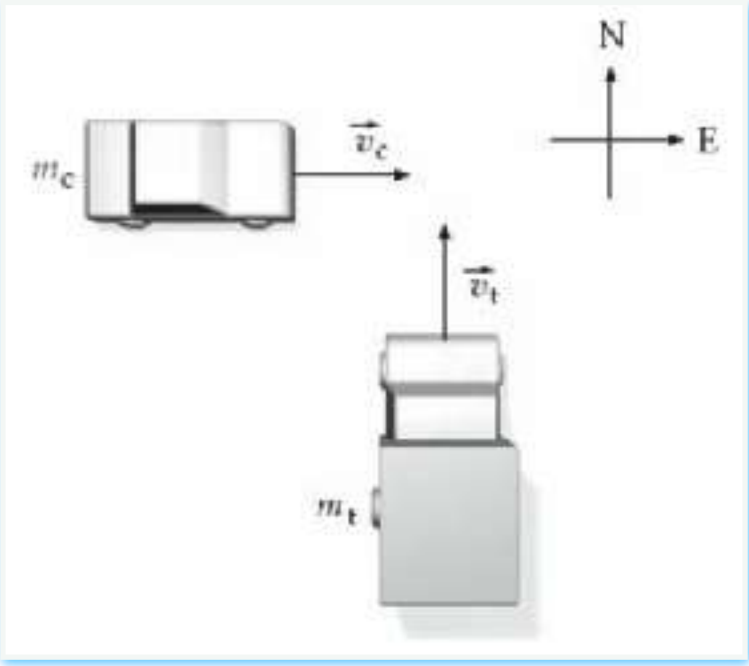
$$\begin{aligned} v_{2f} - v_{1f} &= v_{1i} - v_{2i} \\ &= 6{,}0\,\text{m/s} - 3{,}0\,\text{m/s} = 3{,}0\,\text{m/s} \end{aligned}$$

$$2v_{1f} + v_{1f} = 12\,\text{m/s} \quad \text{logo} \quad v_{1f} = \boxed{4{,}0\,\text{m/s}}$$

$$v_{2f} - 4{,}0\,\text{m/s} = 3{,}0\,\text{m/s} \quad \text{logo} \quad v_{2f} = \boxed{7{,}0\,\text{m/s}}$$

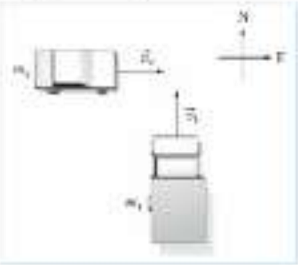
Colisões em mais de uma dimensão

- Você está dirigindo um carro de 1200 kg, viajando para o leste em um cruzamento, quando um caminhão de 3000 kg, viajando para o norte, atravessa o cruzamento e bate em seu carro. Seu carro e o caminhão permanecem engatados após o impacto. O motorista do caminhão alega que foi culpa sua, porque você estava em alta velocidade. Você procura evidências que desmintam esta alegação. Primeiro, não há marcas de derrapagem, indicando que nem você, nem o motorista do caminhão, perceberam o perigo e frearam com força; segundo, o limite máximo na avenida em que você dirigia é de 80 km/h; terceiro, o velocímetro do caminhão foi avariado com o impacto, deixando o ponteiro preso na indicação de 50 km/h; e quarto, os dois veículos deslizaram, a partir do ponto de impacto, a um ângulo de 59° para norte do leste. Estas evidências suportam ou desmentem a alegação de que você estava correndo muito?

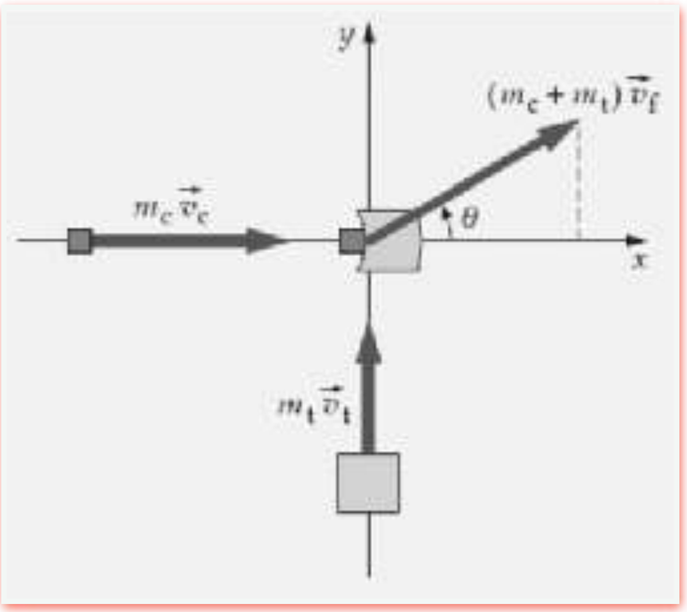


Colisões em mais de uma dimensão

- Você está dirigindo um carro de 1200 kg, viajando para o leste em um cruzamento, quando um caminhão de 3000 kg, viajando para o norte, atravessa o cruzamento e bate em seu carro. Seu carro e o caminhão permanecem engatados após o impacto. O motorista do caminhão alega que foi culpa sua, porque você estava em alta velocidade. Você procura evidências que desmintam esta alegação. Primeiro, não há marcas de derrapagem, indicando que nem você, nem o motorista do caminhão, perceberam o perigo e frearam com força; segundo, o limite máximo na avenida em que você dirigia é de 80 km/h; terceiro, o velocímetro do caminhão foi avariado com o impacto, deixando o ponteiro preso na indicação de 50 km/h; e quarto, os dois veículos deslizaram, a partir do ponto de impacto, a um ângulo de 59° para norte do leste. Estas evidências suportam ou desmentem a alegação de que você estava correndo muito?



- Resolução:



$$m_c\vec{v}_c + m_t\vec{v}_t = (m_c + m_t)\vec{v}_f$$

$$m_c v_c + 0 = (m_c + m_t)v_f\cos\theta$$

$$0 + m_t v_t = (m_c + m_t)v_f\,\mathrm{sen}\,\theta$$

$$\frac{m_t v_t}{m_c v_c} = \frac{\mathrm{sen}\,\theta}{\cos\theta} = \tan\theta$$

$$\text{logo}\quad v_c = \frac{m_t v_t}{m_c\tan\theta} = \frac{(3000\text{ kg})(50\text{ km/h})}{(1200\text{ kg})\tan 59°} = \boxed{75\text{ km/h}}$$

Colisões em mais de uma dimensão

- Um corpo de massa m_1, com velocidade inicial de 20 m/s, sofre uma colisão não-frontal com um segundo corpo, de massa m_2. O segundo corpo está inicialmente em repouso. Depois da colisão, o primeiro corpo está se movendo a 15 m/s, a um ângulo de 25° com a orientação de sua velocidade inicial. Qual é a orientação de afastamento do segundo corpo?

Colisões em mais de uma dimensão

- Resolução:

$$m_1\vec{v}_{1i} + 0 = m_1\vec{v}_{1f} + m_2\vec{v}_{2f}$$

$$\text{ou} \quad m_1 v_{1ix} = m_1 v_{1fx} + m_2 v_{2fx}$$

$$m_1 v_{1iy} = m_1 v_{1fy} + m_2 v_{2fy}$$

$$m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f}\cos\theta_1 + m_2 v_{2f}\cos\theta_2$$

$$0 = m_1 v_{1f}\,\mathrm{sen}\,\theta_1 + m_2 v_{2f}\,\mathrm{sen}\,\theta_2$$

$$m_2 v_{2f}\,\mathrm{sen}\,\theta_2 = -m_1 v_{1f}\,\mathrm{sen}\,\theta_1$$

$$m_2 v_{2f}\cos\theta_2 = m_1 v_{1i} - m_1 v_{1f}\cos\theta_1$$

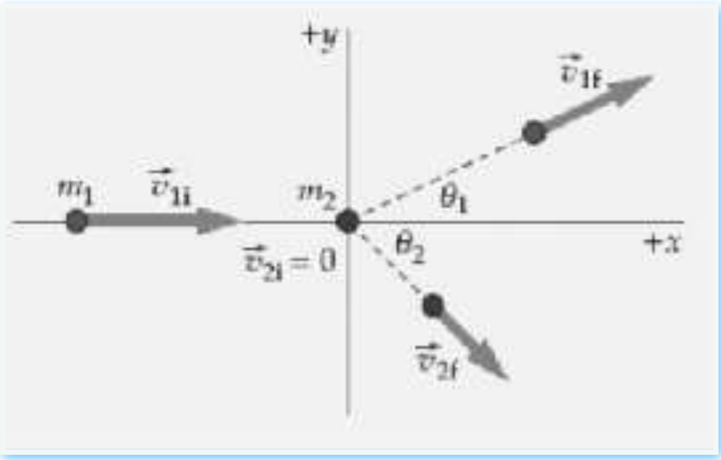
$$\text{logo} \quad \frac{m_2 v_{2f}\,\mathrm{sen}\,\theta_2}{m_2 v_{2f}\cos\theta_2} = \frac{-m_1 v_{1f}\,\mathrm{sen}\,\theta_1}{m_1 v_{1i} - m_1 v_{1f}\cos\theta_1}$$

$$\text{e} \quad \tan\theta_2 = \frac{-\mathrm{sen}\,\theta_1}{\dfrac{v_{1i}}{v_{1f}} - \cos\theta_1}$$

$$\tan\theta_2 = \frac{-\mathrm{sen}\,25^\circ}{\dfrac{20}{15} - \cos 25^\circ} = -0{,}990$$

$$\therefore \theta_2 = \boxed{-45^\circ}$$

- Um corpo de massa m_1, com velocidade inicial de 20 m/s, sofre uma colisão não-frontal com um segundo corpo, de massa m_2. O segundo corpo está inicialmente em repouso. Depois da colisão, o primeiro corpo está se movendo a 15 m/s, a um ângulo de 25° com a orientação de sua velocidade inicial. Qual é a orientação de afastamento do segundo corpo?



Colisões em mais de uma dimensão

- Determine as velocidades finais para a colisão elástica frontal no qual um bloco de 4.0 kg, movendo-se para a direita a 6.0 m/s, colide elasticamente com um bloco de 2.0 kg que se move para a direita a 3.0 m/s), transformando suas velocidades para o referencial do centro de massa.

Colisões em mais de uma dimensão

- Determine as velocidades finais para a colisão elástica frontal no qual um bloco de 4.0 kg, movendo-se para a direita a 6.0 m/s, colide elasticamente com um bloco de 2.0 kg que se move para a direita a 3.0 m/s), transformando suas velocidades para o referencial do centro de massa.

- Resolução:

1)

$$v_{cm} = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2} = \frac{(4{,}0\ \text{kg})(6{,}0\ \text{m/s}) + (2{,}0\ \text{kg})(3{,}0\ \text{m/s})}{4{,}0\ \text{kg} + 2{,}0\ \text{kg}} = 5{,}0\ \text{m/s}$$

2)

$$u_{1i} = v_{1i} - v_{cm} = 6{,}0\ \text{m/s} - 5{,}0\ \text{m/s} = 1{,}0\ \text{m/s}$$

$$u_{2i} = v_{2i} - v_{cm} = 3{,}0\ \text{m/s} - 5{,}0\ \text{m/s} = -2{,}0\ \text{m/s}$$

3)

$$u_{1f} = -u_{1i} = -1{,}0\ \text{m/s}$$

$$u_{2f} = -u_{2i} = +2{,}0\ \text{m/s}$$

4)

$$v_{1f} = u_{1f} + v_{cm} = -1{,}0\ \text{m/s} + 5{,}0\ \text{m/s} = \boxed{4{,}0\ \text{m/s}}$$

$$v_{2f} = u_{2f} + v_{cm} = 2{,}0\ \text{m/s} + 5{,}0\ \text{m/s} = \boxed{7{,}0\ \text{m/s}}$$

Sumário

- Impulso de uma força.
- Colisões elásticas e inelásticas.
- Colisões elásticas unidimensionais.
- Colisões unidimensionais totalmente inelásticas.
- Colisões elásticas bidimensionais.
- Colisões inelásticas bidimensionais.